

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Навчально-науковий інститут високих технологій
Кафедра нанофізики та наноелектроніки



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

до лабораторної роботи

«ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТВЕРДОГО ТІЛА»

з курсу

«Лабораторія з експериментальної фізики (механіка)»,

практикум

«Загальна фізика. Механіка»

Київ – 2024

УДК 531.42, 531.75
ББК 22.2

Рецензент
професор В.А. Скришевський

*Рекомендовано до друку вченою радою
навчально-наукового інституту високих технологій
(протокол № 8 від 27 травня 2024 року)*

Малишев В.Ю.

Навчально-методичні матеріали до лабораторної роботи «Визначення густини твердого тіла» з курсу «Лабораторія з експериментальної фізики (механіка)», практикум «Загальна фізика. Механіка». – К.: Навчально-науковий інститут високих технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2024. – 34 с.

Навчально-методичні матеріали містять опис лабораторної роботи «Визначення густини твердого тіла» з лабораторного практикуму «Механіка», який входить до навчального курсу «Лабораторія з експериментальної фізики (механіка)». Наведено теоретичні відомості за тематикою лабораторної роботи, поради щодо виконання роботи, перелік рекомендованої літератури та список контрольних питань.

Для студентів та викладачів радіофізичних, фізичних та фізико-технічних факультетів/інститутів закладів вищої освіти.

УДК 531.42, 531.75
ББК 22.2

© Малишев В.Ю., 2024
© Навчально-науковий інститут високих технологій
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка, 2024

Лабораторна робота. ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТВЕРДОГО ТІЛА

Мета роботи:

1. Ознайомлення з методами точного зважування на аналітичних терезах.
2. Ознайомлення з методами визначення лінійних розмірів тіл за допомогою приладів, які мають ноніусні шкали.
3. Визначення об'єму та густини тіла за результатами вимірювань його лінійних розмірів та маси.
4. Оволодіння методами вимірювання фізичних величин та обрахування похибок результатів проведених вимірювань (прямих та непрямих).

Прилади та матеріали:

1. Лінійка, штангенциркуль, мікрометр.
2. Аналітичні та цифрові терези, комплект важелів.
3. Набір досліджуваних тіл.

Методика роботи та завдання:

1. Налаштувати терези та визначити їх чутливість та точність.
2. Застосовуючи різні методи точного зважування, визначити масу тіла шляхом зважування на аналітичних та електронних терезах.
3. Виміряти лінійні розміри досліджуваного твердого тіла правильної геометричної форми.
4. Обрахувати за відповідною геометричною формулою об'єм тіла, користуючись результатами вимірювання його лінійних розмірів.
5. Визначити густину матеріалу тіла, яке досліджується.
6. Обрахувати абсолютну похибку результату визначення густини, відповідну довірчій імовірності $\alpha = 0,95$. Об'єм контрольної вибірки $n \geq 5$.
7. Користуючись таблицями густини різних твердих тіл, визначити природу матеріалу досліджуваного тіла.

Рекомендації та поради до вимірювання та обробки результатів вимірювань:

1. Лінійні геометричні розміри можливо вимірювати звичайною лінійкою з поділкою у 1 мм, але у такому випадку це зашкодить точності вимірів. Мікрометр має найменшу ціну поділки, а отже може забезпечити максимальну точність вимірів, але має обмеження в 25 мм на максимальну величину лінійного розміру тіла.
2. Результати прямих вимірювань (лінійних розмірів та маси) обробляються за зразковою схемою з визначенням коефіцієнта Стюдента для довірчої імовірності $\alpha = 0,95$.
3. Для обробки результатів непрямих вимірювань об'єму та густини ρ вивести формулу для визначення їх середніх квадратичних похибок, користуючись частинним диференціюванням та визначити $\Delta\rho$.
4. Обробку результатів непрямих вимірювань зручно здійснити за загальною формулою густини (вміщує формулу об'єму) з наступним визначенням середньої квадратичної похибки густини на підставі частинного диференціювання. Такий підхід дозволяє розділити внесок похибок прямих вимірювань маси та лінійних розмірів при аналізі сумарної похибки непрямих вимірювань густини.
5. Результати вимірів занотуйте у протоколи вимірів. Приклад таблиці протоколу вимірів надається:

Таблиця протоколу:

№ виміру	m, г	h, мм	d, мм
1			
2			
3			
4			
5			

Форма звітності:

Протокол лабораторної роботи оформлюється в

установленому порядку особисто кожним студентом. У протоколі потрібно навести:

1. Стислий конспект теоретичної частини роботи з відповідями на контрольні питання та обґрунтування вибору використаного обладнання.
2. Основні експериментальні результати лабораторної роботи як у вигляді таблиць, так і у вигляді графіків. Мають бути визначені похибки вимірів (абсолютна, відносна, за методом найменших квадратів). Остаточну величину записати у вигляді $A = A \pm \Delta A$ [одиниці вимірювання]. Отримані результати порівняти з даними, наведеними в літературі.
3. Визначити матеріал, з якого виготовлений досліджуваний зразок.
4. Висновок про проведену роботу.

Література:

1. Загальна фізика. Лабораторний практикум. Під заг. ред. І.І. Горбачука. - К.: Вища школа, 1992. С. 33-56.
2. Загальний курс фізики : навч. посібник у трьох частинах. Т.1. /В. П. Дущенко, І. М. Кучерук; за ред. І. М. Кучерука. – К. : Техніка, 2006. – 532 с.
3. Цюцюра В. Д. Метрологія та основи вимірювань : навч. посіб. /Цюцюра В. Д., Цюцюра С. В. – К. : Знання-Прес, 2003. – 180 с.
4. Стухляк П. Д. Теорія інформації (інформаційно-вимірювальні системи, похибки, ідентифікація) : навчальний посібник / Стухляк П. Д., Іванченко О. В., Букетов А. В., Долгов М. А. – Херсон : Айлант, 2011. – 372 с.
5. Фізика. Фізичний практикум. Ч.1. / І. С. Сапожников. – Житомир :ЖВІРЕ, 2003. – 48 с.

Теоретичні відомості:

Однією із основних задач фізики є експеримент, який в першу чергу вимагає необхідність визначення, а отже потребує

вимірювань, різноманітних фізичних величин. Отже вимірювання є одним із найважливіших завдань фізичного експерименту. Виміряти будь-яку фізичну величину означає дізнатися, скільки разів міститься у ній однорідна з нею величина, прийнята за одиницю виміру, еталон цієї величини.

1. Вимірювання фізичних величин.

Вимірювання бувають прямі та непрямі. При прямих вимірюваннях потрібне значення величини визначається безпосередньо з показників приладів.

При непрямих вимірах значення величини, що шукають, визначають виходячи з відомої математичної залежності цієї величини із величинами, одержаними прямими вимірами. Наприклад, визначення щільності тіла за вимірами його маси та геометричних розмірів. У подальшому будемо вчитись розрахункам похибок вимірювань саме на прикладі необхідних вимірювань саме для визначення щільності тіла за вимірами його маси та геометричних розмірів.

Помилки прямих вимірювань, залежно від причин що їх викликають, ділять на випадкові, систематичні і грубі.

Під випадковими помилками розуміють помилки, значення яких змінюються від одного виміру до іншого. Їх величина не може бути визначена до проведення вимірювання. Їх виникнення викликане неточністю виміру (випадковими помилками експериментатора, неточним дотриманням методики вимірювання тощо) і непостійністю самої вимірюваної величини. Наприклад, неоднорідністю діаметра циліндра або товщини пластини.

Систематична похибка – це складова похибки вимірювання, що залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірах однієї і тієї ж величини. Вона може бути врахована або виключена зміною методу вимірювання, введенням поправок до показань приладів, урахуванням систематичного впливу зовнішніх факторів тощо. Наприклад, поправка, пов'язана зі зміною довжини вимірювальної лінійки і тіла в результаті теплового розширення; поправка, пов'язана з втратою ваги при зважуванні в повітрі, величина якої залежить від температури, вологості повітря та

атмосферного тиску.

Грубі помилки виміру є також випадковими, однак їх характер істотно відрізняється від характеру випадкових помилок. Якщо випадкові помилки вимірювання виникають при справно працюючій апаратурі і правильних діях експериментатора, то причиною грубих помилок є несправність вимірювальної техніки або помилки в роботі експериментатора. Тому, коли грубі помилки значні, вони виявляються без великих труднощів і цей результат повинен бути виключений.

Основним об'єктом вивчення теорії помилок є випадкові помилки за відсутності систематичних помилок. Якщо будь-яка величина вимірюється в однакових умовах кілька разів, то виникає необхідність у статистичній обробці результатів вимірювань цієї величини, щоб врахувати і оцінити випадкові помилки. Основним математичним апаратом для статистичних методів обробки результатів є теорія ймовірностей і математична статистика.

Позначимо x_0 невідоме нам точне значення вимірюваної величини. Провівши n вимірювань, отримаємо $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ – значення вимірюваної величини, які називаються результатами спостереження. Величини x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) відрізняються один від одного та від x_0 . Якщо величини x_i виміряні з однаковою точністю, то для оцінки x_0 застосовують середнє арифметичне значення результатів вимірювань:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_i^n x_i}{n}.$$

Середнє арифметичне \bar{x} називається результатом вимірювань. Оскільки величини результатів спостережень x_i носять випадковий характер, то результат вимірювання – величина \bar{x} – теж буде випадковою величиною; і відхилення від неї результатів спостереження x_i будуть випадковими:

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Слід зазначити, що величина Δx_i значно менша величини x_i . При великій кількості вимірювань, вплив кожного окремого результату спостереження x_i на величину \bar{x} приблизно рівноцінний.

Абсолютна похибка результату вимірювань Δx , що дорівнює відхиленню \bar{x} від x_0 , теж буде величиною випадковою:

$$\Delta x = x_0 - \bar{x}.$$

Так як величина x_0 нам не відома, оцінимо її через Δx_i . Абсолютна похибка складається з багатьох випадкових величин Δx_i , з яких жодна не домінує над іншими. За цієї умови випадкові похибки Δx_i підкоряються нормальному закону розподілу Гауса. Закон нормального розподілу характеризує ймовірність появи похибки Δx_i . Функція $\varphi(\Delta x_i)$ визначає щільність розподілу ймовірності помилки Δx_i . Добуток $\varphi(\Delta x_i)$ на dx – довжину інтервалу $(x_i, x_i + dx)$, визначає ймовірність dw того, що величина помилки знаходиться між x_i та $x_i + dx$.

$$dw = \varphi(\Delta x_i) \cdot dx.$$

Довірча ймовірність w виражається у відсотках чи частках одиниці і задається експериментатором. У лабораторному практикумі зазвичай достатньо $w = 0,95$ (95%). Дисперсія (розсіювання) σ^2 характеризує розкид значень x_i щодо x_0 . Чим менше $(x_i - x_0)$, тим менша дисперсія, тим точніший вимір. Дисперсія σ^2 характеризує швидкість зменшення ймовірності появи похибки Δx_i зі зростанням цієї похибки, тобто при більшій дисперсії крива нормального розподілу розпливається, менш яскраво виражений максимум, більша ймовірність великих відхилень. Оскільки справжнє значення x_0 невідоме, оцінкою дисперсії σ^2 є так звана дисперсія результату серії n вимірів. Найточніше нормальний закон розподілу помилок характеризується середньоквадратичною похибкою. Середньоквадратична похибка серії вимірювань:

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}$$

Ці формули справедливі за умов більшої кількості вимірів. На рис. 1 показана крива нормального розподілу із різними зазначеннями σ . Наприклад, довірча ймовірність інтервалу $(x_i - \sigma, x_i + \sigma)$ – заштрихована площа під кривою Гауса – дорівнює

$w = 0,68$. Це означає, що при досить великій кількості вимірів приблизно 68% вони призведуть до результатів, що відрізняються від істинного не більше, ніж на $\pm\sigma$. Для довірчого інтервалу $(x_i - 2\sigma, x_i + 2\sigma)$ довірна ймовірність становитиме 0,95, а для інтервалу $(x_i - 3\sigma, x_i + 3\sigma)$ – 0,997.

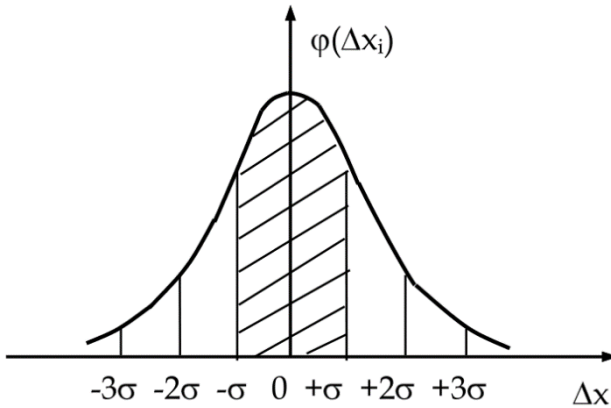


Рис. 1 Крива нормального розподілу.

Для експериментів у лабораторному практикумі характерна невелика кількість вимірів однієї величини (3,...,5). У 1908 р. У. Госсет (псевдонім “Стьюдент”) довів, що статистичний підхід справедливий і для малої кількості вимірів. Розподіл Стьюдента за кількістю вимірювань n (починаючи, приблизно, з $n = 20$) перетворюється на розподіл Гаусса, а при малій кількості вимірів мало відрізняється від нього. Довірчу межу похибки x для заданої w і при малому n визначають за формулою:

$$\Delta x_b = t_{w,n} \cdot \bar{\sigma}_x.$$

Величина $t_{w,n}$ відома як коефіцієнт Стьюдента, який залежить від довірчого інтервалу та кількості вимірів. Значення коефіцієнтів Стьюдента наведені у таблиці 1:

Таблиця 1

n	w			n	w		
	0.9	0.95	0.99		0.9	0.95	0.99
2	6.3	12.7	63.7	7	1.9	2.4	3.7

3	2.9	4.3	9.9	8	1.9	2.4	3.5
4	2.4	3.2	5.8	9	1.9	2.3	3.4
5	2.1	2.8	4.6	10	1.8	2.2	3.2
6	2.0	2.6	4.0	11	1.8	2.2	3.1

При прямих вимірах може виявитися, що результати окремих вимірів однакові, і тоді $\Delta x_i = 0$. У цьому випадку довірна межа похибки прямих вимірів визначається похибкою приладу. Якщо у паспорті і на шкалі приладу не вказана величина похибки Δ , то за Δ приймають половину ціни найменшої поділки шкали або цілу поділку, якщо поділку важко поділити. У разі одноразових або повторних вимірів величини x з результатами, що збігаються, при нормальному розподілі випадкової похибки приладу довірна межа розраховується за формулою:

$$\Delta x_{np} = k_w \frac{\Delta}{3}$$

Значення коефіцієнта k_w для різної довірчої ймовірності w наведені в таблиці 2:

Таблиця 2

w	0,9	0,95	0,99	0,997
k_w	1,645	1,960	2,576	3,000

У випадку, якщо значення випадкової похибки прямих вимірів виявляється співрозмірною зі значенням похибки приладу, результуюча похибка прямого виміру обчислюється за формулою:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_b^2 + \Delta x_{np}^2}$$

Для порівняння точності вимірювань величин зазвичай обчислюється відносна похибка:

$$\delta = \frac{\Delta x}{\bar{x}} 100\%$$

Контрольні питання:

1. Охарактеризуйте прямі та непрямі виміри.
2. Дайте визначення термінів «розподіл Стьюдента» і «коефіцієнт Стьюдента».
3. Які основні помилки визначення фізичних величин існують?
4. Які є види похибок визначення фізичних величин?
5. Дайте визначення термінів «довірча імовірність» і «довірча межа».

2. Визначення маси тіла.

2.1. Конструкція аналітичних терезів.

Розглянемо конструкцію аналітичних терезів на прикладі моделі терезів «ВЛА-200», які призначені для вимірювання маси тіл з точністю до десятих часток міліграма і розраховані на граничне навантаження 200 г. Терези схематично зображено на рис. 2.

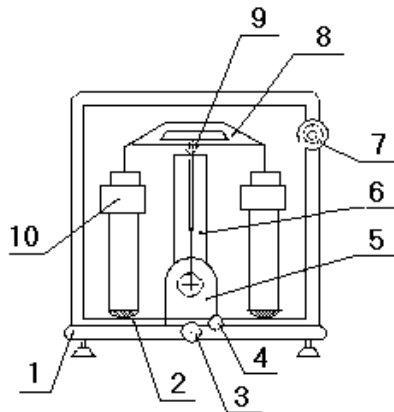


Рис.2. Схема моделі терезів «ВЛА-200».

Терези встановлені на платформі (1) зі спеціальною металеву вітрину та бічними скляними дверцятами, які можуть відсуватися. Вітрина захищає терези від пилу, повітряних потоків та споряджена регулюючими гвинтами точної установки платформи в горизонтальне положення. На

платформі жорстко закріплена колонка (6) з полірованою агатовою пластинкою (подушкою) на вершині. На пластину спирається ребро опорної сталльної призми (9) коромисла (8). Коромисло, головний елемент терезів – це рівноплечий важіль з опорною призмою посередині та шальками терезів (2) на кінцях.

Точність терезів у значній мірі залежить від якості опор коромисла, тому що тертя між призмою та опорною площиною впливає на результати вимірювань. З метою зменшення тертя, шальки терезів на кінцях коромисла навішують через системи вантажопідйомних призм та подушок. Щоб захистити призми від зносу, терези у неробочому стані повинні бути аретировані (зафіксовані). Аретування здійснюється обертанням за годинниковою стрілкою ручки (3), розташованої у центрі станини вітрини до спостереження легкого клацання. Тільки у цьому стані дозволяється встановлення та зняття предметів на шальках терезів, а також зберігання терезів. Під час аретування коромисло терезів за допомогою спеціальних фіксуючих важків піднімається і опора виявляється ненавантаженою.

Для зменшення часу коливань коромисла під час зважування застосовуються повітряні заспокоювачі коливань – демпфери (10). Гасіння коливань здійснюється під час руху рухомого металічного стакану, зв'язаного з коромислом, всередині нерухомого стакану, закріпленого на колонці. Подібна конструкція потребує виконання жорстких умов до центрівки стаканів. Щоб не порушити центрівку та тим самим усунути можливі затирання поверхонь стаканів, рекомендують гирі та досліджувані тіла розміщувати ближче до центрів шальок терезів.

Для підвищення точності відліку та зменшення втомленості зору під час роботи на аналітичних терезах використовується спеціальний пристрій, який має назву - вейтограф (5). Це оптико-механічна система, яка виводить на освітлений матовий скляний екран зображення шкали терезів. На екрані, як відлікова, позначена вертикальна риска. За допомогою ручки (4) можна переміщувати вейтограф відносно шкали, що дозволяє здійснювати початкове встановлення нульової точки відліку. Включення підсвітки шкали екрану здійснюється обертанням проти годинникової стрілки ручки аретування (3) під час введення терезів у робочий режим.

Для зручності роботи та покращення збереженості важків,

терези ВЛА-200 мають вмонтовані кільцеві важки. Керування важками здійснюється поворотом лімбів (7), розташованих у верхній правій частині вітрини терезів. При обертанні малого лімба права шалька терезів навантажується від 10 до 90 мг з кроком у 10 мг, а при обертанні великого лімба права шалька навантажується від 100 до 900 мг з кроком у 100 мг. Максимальне навантаження на праву шальку терезів, якого можна досягнути за допомогою кільцевих важків, становить 990 мг.

2.2. Чутливість аналітичних терезів.

Головною характеристикою терезів є їх чутливість – відношення тангенса кута відхилення стрілки терезів до маси важка, який викликав це відхилення. У загальному випадку чутливість залежить від навантаження, і в процесі роботи необхідно визначати чутливість ненавантажених терезів перед початком зважування та чутливість навантажених терезів у кінці процедури визначення маси даного тіла. Конструкція терезів ВЛА-200 дозволяє знехтувати деформацією плечей коромисла при навантаженні, а також вважати, що всі ребра призм коромисла лежать в одній площині. Це призводить до достатньо високої стабільності значення чутливості при змінах навантаження аж до максимального значення (200 г). За таких умов чутливість визначається як відношення кількості поділок Δn , на яку відхиляється стрілка терезів, внаслідок перевантаження правої шальки, на Δm до величини самого перевантажуючого важка:

$$\omega = \Delta n / \Delta m \text{ (поділ./мг)}.$$

При цьому можна обмежитись одноразовим визначенням чутливості ненавантажених терезів. Величина, зворотна до чутливості, є ціною поділки терезів:

$$\gamma = 1/\omega = \Delta m / \Delta n \text{ (мг / поділ.)}.$$

2.3. Правила користування терезами.

Головне правило: терези повинні знаходитись у аретированому стані і розаретировуватись тільки на період зважування (після виконання всіх підготовчих операцій).

Крім того, обов'язково мають виконуватись наступні правила:

- 1) не можна торкатися шальок терезів, класти або знімати тягарці, якщо терези не аретировані;
- 2) тягарці накладати щонайближче до центру шальок;
- 3) важки брати пінцетом, після використання вкладати їх обов'язково до шафи, кожну на своє місце;
- 4) не слід повністю звільняти коромисло за відсутності достатньої рівноваги шальок, його звільняють тільки щоб визначити знак відхилення за шкалою (якщо різниця навантажень мала – показник не виходить за границі шкали терезів); після цього терези відразу аретирують та вирівнюють навантаження;
- 5) звільняти та аретирувати коромисло слід поступово, повільно без поштовхів;
- 6) зважування робити при зачинених дверцятах;
- 7) не слід залишати тягарці у шальках на довгий час, особливо, коли терези не аретировані (запам'ятати показ шкали, аретирувати терези, занотувати покази);
- 8) коли зважування закінчене, терези треба аретирувати, тягарці зняти та вкласти у належні місця, зачинити дверцята.

2.4. Методи точного зважування.

Просте зважування. Під простим зважуванням будемо розуміти таке точне зважування, яке дає шукане значення маси (ваги тіла) у границях чутливості терезів, коли довжина обох плечей коромисла однакова. Порядок точного зважування наступний:

- 1) встановлення терезів в стійке положення рівноваги в площині горизонту;
- 2) визначення нульової точки терезів;
- 3) визначення чутливості терезів та ціни поділки;
- 4) виконання процедури зважування;
- 5) введення поправки на уявну втрату ваги тіла у повітрі (у разі необхідності).

Розглянемо ці етапи більш докладно. Нульовою точкою (поділкою) терезів називають положення рівноваги ненавантажених терезів. Практично це риска поділок шкали терезів, навпроти якої встановлюється візуальна лінія на екрані вейтографа, якщо навантаження на шальки відсутнє. Вона зчитується відносно 0 зі знаком (+) або (-). Позначимо її I_0 . При користуванні демпферними терезами значення I_0 визначається після повної їх зупинки. Слід зробити п'ять зважувань та взяти їх середнє значення. Кожного разу терези аретирують та потім повільно звільняють. Для спрощення обрахунків під час зважування краще досягти того, щоб візуальна лінія на екрані вейтографа збігалася з нульовою позначкою шкали ненавантажених терезів (тобто $I_0 = 0$). Тарування терезів на нульову позначку оптичної шкали здійснюється переміщенням екрану вейтографа. Якщо переміщення екрану недостатнє для збігання візуальної лінії та нульової позначки, користуються регулюючими гайками рівноваги коромисла. Обертання гайок здійснюється тільки на аретированих терезах. Для визначення чутливості ненавантажених терезів треба підвісити на праву шальку вмонтований важок масою 10 мг та занотувати показ шкали I , за яким досягається рівновага шальок. Абсолютна величина відношення $(I - I_0)/10$ (поділ./мг) буде відтворювати чутливість ненавантажених терезів, а зворотна величина до неї $10/(I - I_0)$ (мг/поділ.) – ціну поділки. Не менш важливо зафіксувати знак відхилення, оскільки у наступних вимірюваннях він буде виконувати роль індикатора перевантаження правої шальки терезів.

Зважування здійснюють шляхом послідовного накладання грамів важків на шальку терезів, внаслідок чого визначають два числа a та $(a + 1)$ грамів, між якими буде знаходитись маса досліджуваного тіла, якщо вона має дробову частину. Для визначення дробової частини числа те ж саме роблять з дециграмовими та сантиграмовими важками, домагаючись кінцевої рівноваги з показом, найближчим до нуля. Потім визначають чутливість (ціну поділки) навантажених терезів, змінивши на 10 мг навантаження на правій шальці так, щоб нове положення рівноваги I_2 було б з іншої сторони від I_1 . Ціна поділки навантажених терезів може бути визначена за виразом: $10/(I_2 - I_1)$ мг/поділ. Виміряна вага тіла Q дорівнює вазі важків

P_B плюс або мінус деякий додаток P . Останній легко визначається з наступних міркувань. Для установки терезів в нульову точку I_0 з положення I_1 треба змінити навантаження правої шальки терезів на величину $P = (I_1 - I_2) \cdot 10 / (I_2 - I_1)$ (знак P залежить від знаку I_1). Таким чином, $Q = P_B + P$. Такі ж міркування справедливі відносно маси тіла: $m = m_B + P$.

2.5. Особливі методи зважування.

Використовуються у тих випадках, коли довжина пліч не є однаковою або якщо необхідно усунути вплив довжини пліч навіть при незначній їх різниці. Якщо довжина пліч неоднакова, то вага важків на одній шальці терезів не буде дорівнювати вазі досліджуваного тіла, яке знаходиться на іншій шальці. Застосовують три методи зважування: 1) метод подвійного зважування; 2) метод тарування; 3) метод сталого навантаження.

2.6. Метод подвійного зважування (метод Гауса)

Тіло зважується двічі – спочатку на одній шальці терезів, потім на іншій. На підставі теореми про моменти сил, які прикладені до точок підвісу шальок маємо $QL_1 = P_1L_2$ – для першого зважування та $QL_2 = P_2L_1$ – для другого зважування, де L_1, L_2 – довжина пліч коромисла; Q – вага тіла; P_1, P_2 – ваги важків, які врівноважують тіло під час зважування його на першій та другій шальках відповідно. З цих рівнянь отримаємо:

$$Q = \sqrt{P_1 \cdot P_2}.$$

Оскільки величини P_1 та P_2 дуже мало відрізняються одна від одної, то користуючись формулою бінома Ньютона можна вважати:

$$Q = (P_1 + P_2)/2.$$

Як видно, нерівність пліч коромисла ніяк не впливає на результат зважування. Цей метод, нарівні з застосуванням до досліджуваних тіл, рекомендують для перевірки важків.

2.7. Метод тарування (метод Борда)

Тіло, яке зважують, кладуть на праву шальку терезів і врівноважують його тарою, якою може бути мілкий дріб або листове олово. Рівновага терезів досягається у нульовій точці. Після цього знімають тіло та на його місце вкладають таку ж кількість важків (разом з вмонтованими важками), яка необхідна щоб врівноважити тару. Вага важків у цьому випадку дорівнюватиме вазі тіла. Легко показати, що вплив пліч коромисла при цьому усувається:

$$Q \cdot L_1 = P_T \cdot L_2 \text{ (перше зважування);}$$

$$Q \cdot L_1 = P_\Gamma \cdot L_2 \text{ (друге зважування)}$$

P_T – вага тари, Q – вага тіла; P_Γ – вага важків. Оскільки ліві частини рівнянь однакові, то однакові і праві:

$$P_T \cdot L_2 = P_\Gamma \cdot L_2; \text{ звідси } P_T = P_\Gamma.$$

2.8. Метод сталого навантаження (метод Менделєєва)

Даний метод рекомендується у разі необхідності багатократного зважування. На ліву шальку вкладають граничну для даних терезів гирю (або гирю, заздалегідь важчу за досліджуване тіло). На правій шальці терезів розміщується набір важків, який точно врівноважує гирю, що лежить зліва. Потім частину важків на правій шальці замінюють на досліджуване тіло і знову добиваються рівноваги. Вага тіла дорівнює вазі важків, які були на правій шальці у першому випадку, мінус вага важків, які знаходились на правій шальці поряд із досліджуваним тілом. Проілюструємо це за допомогою рівнянь:

$$P \cdot L_1 = P_{B_1} \cdot L_2 \text{ – у першому випадку;}$$

$$P \cdot L_1 = (P_{B_2} + P_{X_1}) \cdot L_2 \text{ – у другому випадку.}$$

Тут P – вага гирі на лівій шальці терезів; P_{X_1} – вага досліджуваного тіла; P_{B_1} , P_{B_2} – вага важків у першому та другому випадках відповідно. На підставі рівності лівих частин рівнянь:

$$P_{B_1} \cdot L_2 = (P_{B_2} + P_{X_1}) \cdot L_2,$$

$$\text{звідки } P_{X_1} = P_{B_1} - P_{B_2}.$$

Таким чином, вплив пліч на результат вимірювання усувається. Якщо необхідно накопичити статистику для даного тіла, можна зробити друге, третє, четверте і т.д. зважування, кожного разу змінюючи кількість та номінали набору важків на правій шальці.

Для другого зважування: $P \cdot L_1 = (P_{B_3} + P_{B_2}) \cdot L_2$, звідки $P_{X_2} = P_{B_1} - P_{B_3}$, а для третього: $P_{X_3} = P_{B_1} - P_{B_4}$, і т.д. Тут P_{X_2}, P_{X_3} – як і раніше, вага досліджуваного тіла (з індексами номеру вимірювання), P_{B_3}, P_{B_4} – вага важків після комбінування кількості та номіналів важків.

Тобто, після виконання першого вимірювання, наступні здійснюються тільки один раз і тільки з використанням правої шальки терезів, що значно скорочує час та зменшує похибку, яка могла б виникати при багатократному зважуванні. Головна перевага методу полягає у тому, що навантаження на терези не змінюється, а тому чутливість терезів під час кожного вимірювання залишається сталою.

2.9. Приклад практичного зважування на аналітичних терезах «ВЛА-200».

Як приклад розглянемо послідовність дій під час вимірювання маси тіла у декілька грамів методом сталого навантаження.

1. Вставте вилку вмикання терезів у розетку. Установіть на нуль малий та великий лімби. Перевірте або, у разі потреби, відрегулюйте горизонтальність установки платформи терезів.

2. Обертанням ручки аретирування (проти годинникової стрілки) ввімкніть освітлення екрану вейтографа та поступово переведіть терези у робочий режим.

3. Установіть нульову точку терезів (пересуванням вейтографа сполучіть візуальну лінію екрану з нулем шкали або прийміть як нуль будь-яку поділку шкали, яка збігається з візуальною лінією неподалік від нуля).

4. Визначте чутливість ненавантажених терезів, для чого

необхідно:

- аретирувати терези;
- за допомогою малого лімбу навантажити праву шальку терезів на 10 мг;
- занотувати величину відхилення шкали у поділках та знак відхилення, який свідчить про перевантаження правої шальки (повинен бути знак «-»);
- аретирувати терези;
- обчислити чутливість терезів та ціну поділки, наприклад:
 $\omega = 45 \text{ поділ./}10 \text{ мг} = 4,5 \text{ поділ./мг}$ (якщо шкала відхилилась на 45 поділок);
 $\gamma = 10 \text{ мг/}45 \text{ поділ.} = 1/4,5 \text{ мг/поділ.} = 0,22 \text{ мг/поділ.}$

5. Врівноважте навантажені терези. Для цього необхідно:

- повернути малий лімб на 0;
- покласти на ліву шальку терезів одну гирю вагою, наприклад, у 20 г, а на праву – рівноцінний набір важків, наприклад: 10 г + 5 г + 2 г + 2 г + 1 г;
- обережно вивільнюючи та знову аретируючи терези, у разі значної швидкості відхилення шкали, за допомогою великого та малого лімбів досягається мінімальне відхилення шкали від нуля;
- аретирувати терези.

6. Запишіть вміст правої шальки, сумарний показ лімбів, величину та знак відхилення шкали до протоколу, наприклад:

$$10 \text{ г} + 5 \text{ г} + 2 \text{ г} + 2 \text{ г} + 1 \text{ г} + 450 \text{ мг} + 4 \text{ поділ.} \cdot 0,22 \text{ мг/поділ.} \quad (1)$$

7. Замість частини важків вкладіть досліджуване тіло.

8. Врівноважте ваги, для чого необхідно:

- установити лімби на 0;
- утримуючи в руці ручку аретиру обережно вивільнити терези та визначити знак відхилення, а за ним стан навантаження правої шальки («-» – перевантаження, «+» – недовантаження правої шальки);
- аретирувати терези;
- видаленням важків досягнути недовантаження правої шальки;
- після отримання стану недовантаження, навантажити праву шальку за допомогою лімбів на 990 мг (максимальне навантаження лімбами);

- обережно вивільнити терези і, якщо знак відхилення змінився, зробити висновок про можливість компенсації недовантаження за допомогою лімбів у межах 990 мг (в іншому випадку додати важки, попередньо зробивши аретирування терезів);

- аретирувати терези;

- обережно вивільнюючи та знову аретируючи терези, маніпулюючи лімбами досягти мінімального відхилення шкали від нуля;

- аретирувати терези.

9. Запишіть вміст правої шальки, позначивши видалені важки як m_x , сумарний показ лімбів, величину та знак відхилення шкали, наприклад:

$$10 \text{ г} + m_x + 2 \text{ г} + 2 \text{ г} + 890 \text{ мг} - 14 \text{ поділ} \cdot 0,22 \text{ мг/поділ.} \quad (2)$$

(відсутні важки вагою 5 г та 1 г).

10. Підсумуйте перший та другий запис:

№	Ліва шалька	Права шалька
1	20 г	20,45088 г
2	20 г	$m_x + 14,88692 \text{ г}$

11. Визначте шукану масу тіла, враховуючи, що на правій шальці $(1) - (2) = 0$, тобто:

$$20,45088 \text{ г} - m_x - 14,88692 \text{ г} = 0,$$

$$\text{чи } m_x = 20,45088 \text{ г} - 14,88692 \text{ г} = 5,56396 \text{ г}$$

12. Замініть набір важків на правій шальці біля досліджуваного тіла (наприклад, замість гирі вагою у 10 г поставте 2 гирі вагою у 5 г кожна).

13. Повторіть дії, подані у пунктах 8, 9, 10, отримавши замість (2) результат (3).

14. Визначте шукану масу тіла, маючи повний набір важків на правій шальці, з рівняння $(1) - (2) = 0$.

15. Повторіть дії, подані у пунктах 8, 9, 10, 12, 14 необхідну для накопичення статистики кількість разів (не менше 5).

У даній роботі використовуються аналітичні терези більш

простої конструкції, внаслідок цього їх чутливість є нижчою, а похибка вимірювання – більшою, проте порядок роботи з ними є аналогічним описаному вище.

Контрольні питання:

1. Поясніть правила користування терезами.
2. Дайте визначення терміну «вейтограф» і «аретирувати терези».
3. Поясніть методи точного зважування та порядок точного зважування.
4. Як визначити чутливість та точність терезів?

3. Вимірювання лінійних розмірів тіл.

У теперішній час наука та техніка мають велику кількість спеціальних пристроїв та приладів, які дозволяють робити вимірювання лінійних параметрів, кутів, кривизни поверхні та інших характеристик, пов'язаних з визначенням розмірів та форми тіл. Проте найбільш поширеними є механічні методи.

3.1. Механічні методи вимірювання лінійних розмірів тіл.

Найбільш точні з них, так звані компаратори (точність до 1 мікрона), засновані на використанні мікроскопа та інших оптичних пристроїв. При цьому майже завжди відлікові пристрої мають ноніуси та мікрометричні гвинти. У багатьох випадках вимірювання потребують визначення лінійних розмірів тіл з абсолютною точністю у соті або, навіть, у десяті частки міліметра, що дозволяє користуватися звичайними масштабними лінійками, штангенциркулем, мікрометром. Якщо практична точність визначення лінійних розмірів тіл обмежується точністю у десяті частки міліметра, то найбільш уживаним приладом у цьому випадку є штангенциркуль. Його відлікове обладнання має лінійку (як правило з міліметровим масштабом) та прилеглу до неї додаткову лінійку, яку називають ноніусом, і яка дозволяє підвищити точність вимірювання за міліметровою шкалою у 10-20 разів. Якщо визначення лінійних розмірів потрібно виконати з точністю до сотих часток міліметра, то ця

задача, як правило, розв'язується за допомогою мікрометра. Його відлікове обладнання теж має міліметрову шкалу та сполучену з мікрометричним гвинтом додаткову шкалу, яка дозволяє підвищити точність відліку за міліметровою шкалою у 100-200 разів.

Прилади, які забезпечують більшу точність вимірювань, мають достатньо складну конструкцію механічної вимірювальної системи. А їх відлікове устаткування може мати декілька ноніусних шкал, відлік з яких здійснюється за допомогою оптичних систем, таких як лупа або мікроскоп. Лінійний ноніус – це мала лінійка з поділками, яка переміщується вздовж головної лінійки з поділками, яку часто називають масштабом. При цьому, якщо ноніусна лінійка (або просто ноніус) має m поділок, то довжина, яку вони займають, повинна становити $m - 1$ поділку головної лінійки (масштабу). Наприклад, якщо ноніус штангенциркуля має 10 поділок, то їх сумарна довжина повинна дорівнювати 9 мм головної міліметрової шкали; якщо ноніус має 20 поділок, то їх довжина повинна дорівнювати 19 мм за головною шкалою тощо.

Таким чином, ціна однієї поділки, визначена за головною шкалою, дорівнює

$$\gamma = (m - 1)/m = 1 - 1/m,$$

що дозволяє, користуючись ноніусом, робити відліки з точністю до $1/m$ частки найменшої поділки масштабу (1/10 мм, 1/20 мм у описаному вище прикладі). Довжина поділок масштабу та число поділок ноніуса, а отже і точність ноніуса можуть бути різноманітними. Нехай X – довжина однієї поділки ноніуса (відстань між сусідніми штрихами), Y – довжина найменшої поділки масштабу, яка може мати будь-яке значення (не тільки 1 мм). Тоді X_m – сумарна довжина поділок ноніуса, а $(m - 1) \cdot Y$ – числове відтворення цієї довжини у одиницях масштабу. Тобто $X_m = (m - 1) \cdot Y$, звідки $X = Y - Y/m$.

Величина $\Delta X = Y - X = Y/m$ є різницею у довжині однієї поділки масштабу та однієї поділки ноніуса. Її називають точністю ноніуса. Вона визначає максимальну похибку ноніуса. У ряді випадків є можливість з метою підвищення точності зчитування та поліпшення зручності у роботі збільшити довжину однієї поділки ноніуса. Наприклад так:

$$m \cdot X = 2Y - Y/m, \text{ що дає } m \cdot X1 = (2m - 1) \cdot Y$$

При цьому точністю ноніуса, як і раніше, є величина $\Delta X1 = 2Y - X1 = Y/m$. Розглянемо процес вимірювання довжини за допомогою лінійного ноніуса. Нехай L – довжина відрізка, що вимірюється. Сполучимо з його початком нульову поділку головного масштабу. Нехай при цьому кінець відрізка опиниться між k -ю та $(k + 1)$ -ю поділками цього масштабу. Тоді можна написати:

$$L = k \cdot Y + \Delta L,$$

де ΔL – поки ще невідома частка k -ої поділки масштабу. Прикладемо тепер до кінця відрізка L наш ноніус так, щоб нуль ноніуса збігався з кінцем цього відрізка. Через те, що довжина поділки ноніуса не дорівнює довжині поділки масштабу, на ноніусі обов'язково знайдеться така поділка n , яка буде найближчою до відповідної $(k + n)$ -ї поділки масштабу (де n – деяка кількість поділок масштабу). Очевидно, що

$$\Delta L = nY - nX = n(Y - X) = n\Delta X$$

і вся довжина дорівнюватиме:

$$L = k \cdot Y + n \cdot \Delta X \text{ або } L = k \cdot Y + n \cdot Y/m,$$

що можна сформулювати наступним чином:

Довжина відрізка, поміряна за допомогою ноніуса, дорівнює кількості цілих поділок масштабу плюс точність ноніуса, помножена на номер поділки ноніуса, яка найкращим чином збігається з деякою поділкою масштабу.

Доволі значна точність зчитування показів з ноніусної шкали базується на здатності ока чітко фіксувати факт збігання штрихів ноніуса та масштабу. Одна з поділок ноніуса обов'язково збігається з якоюсь поділкою масштабу при будь-якому положенні ноніуса відносно масштабу. На цьому основана принципова можливість вимірювання будь-якого лінійного розміру.

Круговий ноніус принципово нічим не відрізняється від лінійного. З назви зрозуміло, що ноніус та масштаб, взаємно

переміщуються по колах (або дугах кіл).

Мікрометричний гвинт застосовується у багатьох приладах для підвищення точності вимірювання лінійних розмірів. За умови повного обертання гвинта навколо своєї осі він робить поступальне переміщення на відстань h , яка зветься кроком гвинта. Якщо на жорстко поєднаному з гвинтом барабані нанести m поділок, то обертання гвинта на одну поділку буде відповідати його поступальне переміщення на відстань h/m . Ця відстань називається ціною поділки барабану мікрометричного гвинта та визначає його точність. Похибка мікрометричного гвинта дорівнює половині його точності. Крок гвинта звичайно дорівнює 1 мм або 0,5 мм. Якщо при цьому барабан має, наприклад, 100 поділок, то точність гвинта дорівнюватиме 0,01 мм або 0,005 мм відповідно. Мікрометричний гвинт є головною частиною мікрометра.

3.2. Штангенциркуль.

На рис. 3 зображено штангенциркуль, який призначається для вимірювання лінійних розмірів. З його допомогою вимірюють як зовнішні так і внутрішні геометричні розміри тіл, а у деяких різновидах є можливість виміру глибини отворів, за умови наявності нутрометра.



Рис. 3. 1 – штанга з поділками ціною 1 мм, 2 – рамка, рухома частина зі шкалою ноніуса з ціною поділки 0,02 мм та 3 – нутрометром, 4 – затискний гвинт, 5 – вимірювальні ніжки зовнішніх габаритів, 6 – вимірювальні ніжки внутрішніх габаритів.

Штангенциркуль складається з двох частин: нерухокої або штанги та рухої – рамки. На штангу, яка закінчується двома вимірювальними ніжками, наносять головний масштаб L . Рамка, яка має вимірювальні ніжки, може рухатись вздовж штанги та закріплюватись на ній за допомогою затискного гвинта. На нижній частині рухої рамки наносяться поділки ноніуса. Нульові поділки штанги та ноніуса збігаються, коли ніжки торкаються одна одної. Вимірювальні площини всіх ніжок паралельні між собою та орієнтовані строго перпендикулярно до штанги. Відповідні частини ніжок використовуються для вимірювань зовнішніх та внутрішніх розмірів. Крім того, ніжки виконують роль упору під час переміщення рамки. На лицевій поверхні штанги або рамки (залежно від конструкції) наносяться цифри, які характеризують точність штангенциркуля (найчастіше це 0,1 мм, або 0,05 мм, або 0,02 мм).

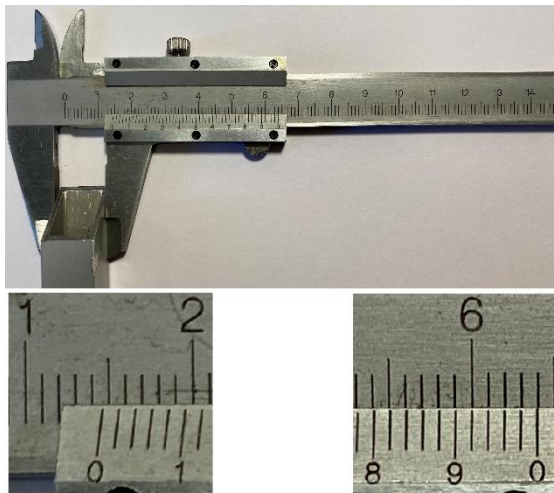


Рис.4. Приклад вимірювання лінійного розміру зовнішніх габаритів.

Під час вимірювань, наприклад, зовнішніх розмірів тіло злегка затискують вимірювальними ніжками (див.рис.4); рамка за допомогою затискного гвинта закріплюється на штанзі; за шкалами масштабу та ноніуса зчитується результат. Вимірюваний розмір дорівнює цілій кількості поділок основної шкали штанги (до нуля ноніуса), як це показано на рис.4.(знизу

та зліва) плюс точність ноніуса, помножена на порядковий номер поділки ноніуса, що збігається з однією із поділок штанги (на рис.4. знизу та справа). Якщо жодна з поділок ноніуса не збігається точно з будь-яким штрихом основної шкали, то беруть поділку, найближчу до поділки основної шкали. Приклад вимірювання лінійного розміру зовнішніх габаритів величиною $L = 14,92$ мм показаний на рис. 4.

Аналогічно, але іншими вимірювальними ніжками можуть бути виміряні внутрішні габарити об'єктів, злегка розпираючи тіло з середини, як це показано на рис.5.

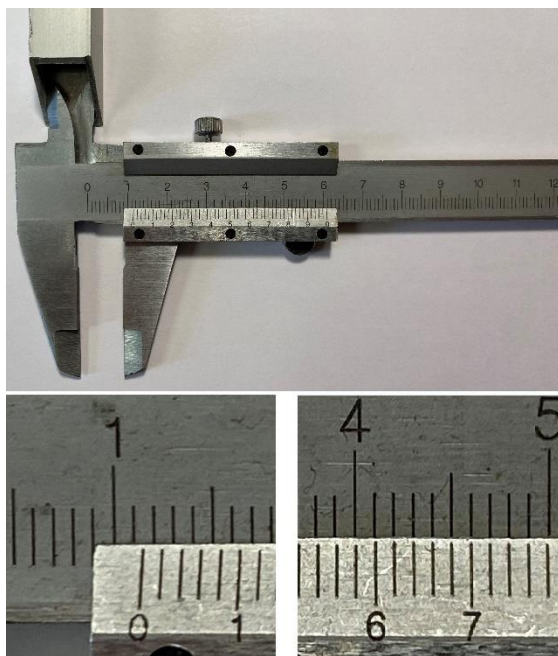


Рис.5. Приклад вимірювання лінійного розміру внутрішніх габаритів.

На прикладі рис.5. здійснено вимірювання лінійного розміру внутрішніх габаритів величиною $L = 11,64$ мм.

І за необхідності виміряти глибину отвору, величину сходинки чи уступу, коли вимірювання розмірів ніжками штангенциркуля викликає помітні труднощі або призводить до значних помилок, потрібно використовувати наявний нутрометр штангенциркуля, як це показано на рис.6.

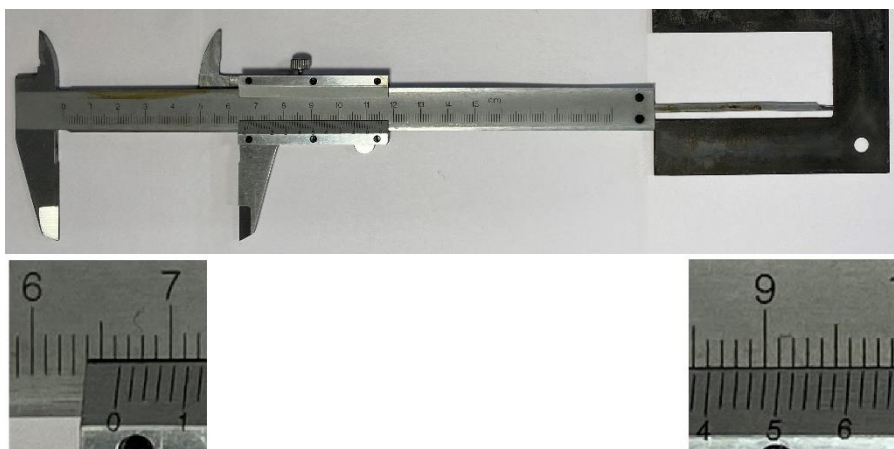


Рис.6. Приклад вимірювання лінійного розміру за допомогою нутрометра.

Для цього на край вимірювального об'єкту потрібно зіперти штангу штангенциркуля, перпендикулярно до поверхні, та спустати вздовж неї рамку, внаслідок чого прикріплений до неї нутрометр повинен впертися в поверхню заглиблення чи сходинок, не піднявши від опори штанги штангенциркуля. Після закріплення затискного гвинта потрібно зробити аналогічні до попередніх вимірів положення нульового відліку ноніуса до лінійки штанги та додати відповідні, найбільш співпадаючі відліки ноніуса з відліками штанги. Як зрозуміло, величина лінійного розміру, виміряного за допомогою нутрометра на рис.6. складає $L = 66,54$ мм

Джерелом похибок є, головним чином, нещільне прилягання площин вимірювальних ніжок до площин досліджуваного тіла, яке має місце внаслідок нерівностей, пов'язаних з чистотою обробки (гладкістю) поверхонь тіла. При грубій обробці поверхонь, для більш точного визначення розміру, необхідно зробити вимірювання кілька разів та, за можливості, у декількох місцях, тоді величина розміру є їх середнім арифметичним значенням. Якщо чистота обробки поверхні тіла настільки висока, що різниця декількох вимірювань даного розміру не виявляється, то похибкою вимірювання вважають точність інструменту.

3.3. Мікрометр.

Мікрометр призначений для вимірювань невеликих діаметрів тіл, дротів, товщин платівок тощо. Він має вигляд лещат, в яких за допомогою мікрометричного гвинта затискується предмет вимірювання. На стержні гвинта є барабан з нанесеною на нього шкалою. При затиснутому гвинті нуль барабану стоїть навпроти нуля лінійної шкали. Досліджуване тіло розміщують між гвинтом та протилежним йому упором, потім, обертаючи гвинт за головку, доводять його до контакту з тілом. За лінійною шкалою зчитують міліметри, а за шкалою барабану – соті частки міліметра. На поверхні станини мікрометра, яка має форму підкови, вказується його точність.

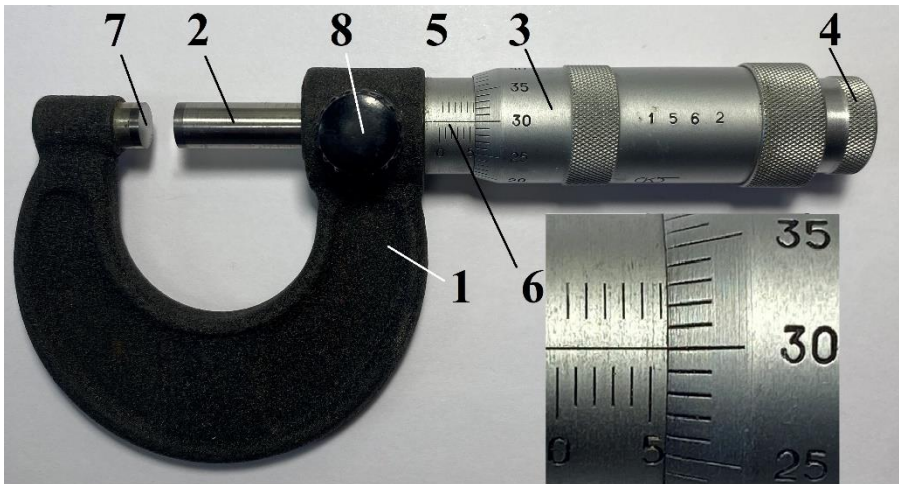


Рис. 7 Мікрометр

Вимірювальним елементом мікрометра служить гвинтова пара, яка перетворює невеликі лінійні переміщення мікрометричного гвинта на значні кутові переміщення барабану. Основні деталі мікрометра (рис. 7): скоба (або станина) 1 і мікрометричний гвинт 2. Поздовжнє переміщення гвинта здійснюється барабаном 3. Для точних вимірювань необхідно, щоб на тіло, яке вимірюється при кожному вимірюванні діяла постійна сила з боку гвинта. Для цього служить спеціальний пристрій, розміщений всередині барабана. Останній при вимірюваннях обертається за допомогою тріскачки 4, яка при

досягненні встановленого зусилля мікрометричного гвинта на деталь, що вимірюється, повертається відносно барабану. На стебло 5 нанесений поздовжній штрих 6 знизу від нього – міліметрова шкала, а зверху – штрихи, що ділять кожен міліметр навпіл. На барабан нанесено кругову шкалу з 50 поділок. Один повний оберт барабана відповідає поздовжньому переміщенню мікрометричного гвинта на 0,5 мм, а поворот барабана на один поділ – переміщенню на 0,01 мм. Вказівниками служать для барабана поздовжній штрих 6 на стеблі, а для поздовжньої шкали – торець барабана.

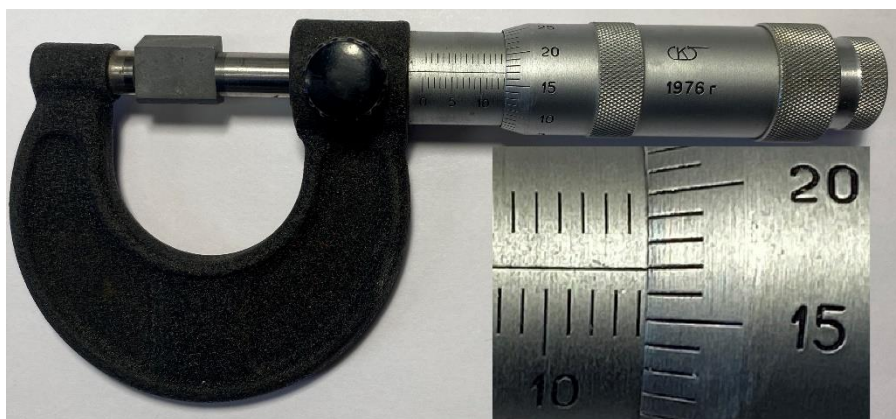


Рис.8. Приклад вимірювання мікрометром лінійного розміру тіла

Правила вимірювання мікрометром

1. Перевірити мікрометр – довести тріскачкою гвинт до упору, при цьому на обох шкалах має бути нульове показання.

2. Провести вимір. Для цього помістити вимірювану деталь між мікрометричним гвинтом 2 і п'ятою 7, нерухомо закріпленою в скобі. Обертати тріскачку до тих пір, поки мікрометр не затисне вимірювану деталь і тріскачка не почне прокручуватися відносно барабану (при обертанні тріскачки барабан не обертається).

3. Закрутити затискний гвинт 8, він утримує мікрометричний гвинт та унеможливорює рух барабану, а отже зміну відліків.

4. Здійснити відлік. Для цього за шкалою на стеблі визначити ціле (риски знизу) або напівціле (риски зверху) число міліметрів і додати до нього число сотих часток міліметра, відраховане за шкалою барабана.

Приклад на рис. 8 демонструє процес відліку мікрометра та

положення його шкал при величині вимірюваної довжини в 14,17 мм (відлік можна зробити самостійно, розглядаючи збільшене зображення (справа внизу рисунка) відліків на шкалі та барабані).

Головним джерелом похибок є нерівномірність натискування гвинта на досліджуване тіло. Для запобігання цьому мікрометри мають специфічне устаткування, яке не дозволяє створювати сильні натискання. Заключне натискання виконується тільки ручкою цього устаткування до виникнення слабкого клацання. Після цього обертання ручки недоцільне, а барабану – неприпустиме.

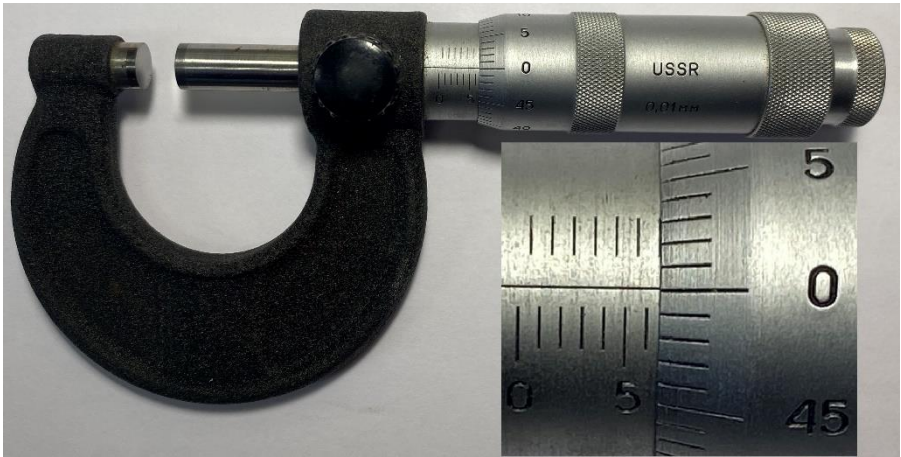


Рис. 9.

Контрольні питання:

1. Поясніть порядок роботи та необхідність застосування «ноніуса», «нутрометра» та «мікрометричного гвинта».
2. Пояснити порядок роботи із штангенциркулем та мікрометром при вимірюванні лінійних розмірів. Здійснити відліки на мікрометрах зображених на рис.7 та рис.9.
3. Як визначити точність приладу з ноніусом для вимірювання лінійних розмірів твердого тіла?

4. Приклад розрахунку похибки визначення густини.

Вище ми розглянули проблему розрахунку похибок прямих вимірювань, але багато експериментів не дозволяють отримати значення фізичної величини з показників приладів. Наприклад, не можливо отримати прямими вимірами значення густини тіла. Але, якщо відома форма тіла, відомі або можливо виконати виміри геометричних розмірів тіла та визначити масу тіла завдяки зважуванню, то доцільно обчислити щільність матеріалу за результатами вимірювань цих величин. Такі розрахунки прийнято називати непрямими вимірюваннями. Так, наприклад, якщо тіло має циліндричну форму, його густина може бути визначена з використанням маси тіла та об'єму:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{4m}{\pi d^2 h}, \quad (3)$$

де m – маса циліндра, d – діаметр циліндра, h – висота циліндра.

Фактично, виходячи з (3), щільність матеріалу з якого виготовлено суцільний циліндр є функцією від трьох величин, а саме: маси тіла, висоти циліндра, діаметра циліндра. Зміна хоча б однієї з цих величин змінить значення щільності матеріалу. А щільність матеріалу є функцією цих трьох змінних. Відхилення значення функції від значення у точці (m_0, d_0, h_0) при зсуві точки на величини $\Delta m, \Delta d, \Delta h$ визначається повним диференціалом функції $\rho(m, d, h)$.

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial m} \Delta m + \frac{\partial \rho}{\partial d} \Delta d + \frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h \quad (4)$$

У формулі (4) ми маємо справу з частинними похідними залежності ρ (формула (3)). Виразуємо їх:

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{4}{\pi d^2 h}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial d} = -\frac{8m}{\pi d^3 h}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial h} = -\frac{4m}{\pi d^2 h^2}. \quad (5)$$

Для визначення похибки нашого вимірювання важливо визначити величину $\Delta \rho$, а це значення диференціалу щільності у просторі змінних:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\right)^2 \Delta m^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial d}\right)^2 \Delta d^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial h}\right)^2 \Delta h^2} \quad (6)$$

Значення середньої щільності матеріалу можливо вирахувати виходячи з середніх прямих вимірів маси, діаметра та висоти циліндра. Розрахунки частинних похідних також будемо виконувати через середні значення прямих вимірів. Отже це дозволяє дещо спростити вираз для розрахунку абсолютної похибки вимірювань густини циліндра:

$$\Delta\rho = \bar{\rho} \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2} \quad (7)$$

Аналіз отриманого виразу для розрахунку абсолютної похибки вимірювань щільності матеріалу, з якого виготовлено циліндр, показує, що ця величина залежить від відносних похибок прямих вимірів. Внесок похибки виміру діаметра у похибку щільності матеріалу більший за внески маси та висоти. Це зрозуміло, оскільки у формулі розрахунку щільності діаметр присутній у квадраті, а маса і діаметр лише у першій ступені. Відносна похибка щільності матеріалу вираховується як у випадку прямих вимірів фізичних величин.

ЗМІСТ

Мета роботи:	3
Прилади та матеріали:	3
Методика роботи та завдання:	3
Рекомендації та поради до вимірювання та обробки результатів вимірювань:	4
Форма звітності:	4
Література:	5
Теоретичні відомості:	5
1. Вимірювання фізичних величин	6
<i>Контрольні питання:</i>	11
2. Визначення маси тіла	11
2.1. Конструкція аналітичних терезів	11
2.2. Чутливість аналітичних терезів	13
2.3. Правила користування терезами	13
2.4. Методи точного зважування	14
2.5. Особливі методи зважування	16
2.6. Метод подвійного зважування (метод Гауса)	16
2.7. Метод тарування (метод Борда)	17
2.8. Метод сталого навантаження (метод Менделєєва)	17
2.9. Приклад практичного зважування на аналітичних терезах «ВЛА-200».	18
<i>Контрольні питання:</i>	21
3. Вимірювання лінійних розмірів тіл	21
3.1. Механічні методи вимірювання лінійних розмірів тіл	21
3.2. Штангенциркуль	24
3.3. Мікрометр	28
<i>Контрольні питання:</i>	30
4. Приклад розрахунку похибки визначення густини	31
ЗМІСТ	33

Навчально-науковий інститут високих технологій
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

Навчально – методичне видання

МАЛИШЕВ Володимир Юрійович

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

до лабораторної роботи

«ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТВЕРДОГО ТІЛА»

з курсу

**«ЛАБОРАТОРІЯ З ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ
ФІЗИКИ (МЕХАНІКА)»,**

практикум

«ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА. МЕХАНІКА»

Підписано до друку **.05.2024. Формат 60x84/16.
Гарнітура Arial. Папір офсетний. Друк офсетний.
Ум.-друк. арк. 1,75. Електронне видання.