

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**Навчально-науковий інститут високих технологій**

**Г.С. Фелінський, Я.В. Крутінь, В.І. Григорук**

Методичні вказівки до курсу лабораторних робіт  
**«Нелінійне підсилення оптичних сигналів в оптоволоконних системах»**

**Київ 2024**

УДК  
ББК

Рецензенти:  
доктор фіз.-мат. наук А.І. Іванісік  
кандидат фіз.-мат. наук В.П. Ящук

*Рекомендовано до друку вченою радою навчально-наукового інституту  
високих технологій  
(протокол № \_\_ від \_\_ \_\_\_\_\_ 20\_\_ року)*

Методичні вказівки до курсу лабораторних робіт «Нелінійне підсилення оптичних сигналів в оптоволоконних системах» / Г.С. Фелінський, Я.В. Крутінь, В.І. Григоруk. – К. : Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2024. – 36с.

Методичні вказівки до курсу лабораторних робіт «Нелінійне підсилення оптичних сигналів в оптоволоконних системах» містять 3 роботи. Робота 1 полягає в знайомстві з явищем вимушеного комбінаційного розсіювання (ВКР) та оцифруванні ВКР профілю підсилення типових оптичних волокон. В роботі 2 студенти дізнаються про те, як спектр ВКР підсилення відновлюється зі спектра спонтанного комбінаційного розсіювання (СКР), про основні методи спектральної декомпозиції, а також, як за процедурою багатомодової гаусової декомпозиції отримується аналітичний вигляд профілю ВКР підсилення типових оптичних волокон. В роботі 3 студенти, за наявних параметрів формули Селмейера, мають визначити параметр дисперсії групової швидкості та довжину хвилі нульової дисперсії оптичного матеріалу.

В кожній роботі сформульована мета роботи, викладені короткі теоретичні відомості, необхідні для осмисленого виконання роботи, детально описані кроки для поетапного виконання роботи та представлено методики певних розрахунків, наведені завдання для виконання згідно варіанту студента. Виконання вказаних лабораторних робіт має сприяти більш глибокому практичному розумінню явищ, що відбуваються у оптоволоконних системах, а також набуття навичок в отриманні та розрахунках параметрів телекомунікаційних кабельних систем.

Для студентів фізичних та технічних спеціальностей університетів.

УДК  
ББК

© Фелінський Г.С., Крутінь Я.В., Григоруk В.І., 2024  
© Київський національний університет імені Тараса Шевченка

## ПЕРЕДМОВА

З розвитком техніки з початку ХХ століття постійно просліджується тенденція використання електромагнітних хвиль усе більш високої частоти.

Припущення, що радіофізика і електроніка досягнуть оптичного діапазону хвиль, ставало усе більш достовірним. З'явилася оптоелектроніка – область науки і техніки на стику оптики й електроніки.

Роком виникнення оптоелектроніки можна вважати 1955-й рік, коли Е. Лоебнер описав потенційні параметри різних оптоелектронних пристроїв зв'язку, названих оптронами, тобто коли були обґрунтовані основні характеристики з'єднання оптичного й електронного пристрою. Сучасна ера оптичного зв'язку почалася з винаходу Басовим і Прохоровим у 1958 році лазера. Поява на початку 1960-х років лазерів сприяла прискоренню розвитку оптоелектроніки. Напівпровідникові лазери стали випускатися серійно в 1970 р. Видатний вклад в розробку гетеролазерних структур вніс російський академік Ж.І. Алфьоров.

У 1970 році американська фірма «Corning» розробила технологію виготовлення кварцового волокна із загасанням 20 дБ/км. Ця подія стала епохальною і послужила стимулом для подальших наукових досліджень і практичних розробок. На сьогоднішній день загасання кварцових оптичних волокон складає менш 0,2 дБ/км.

Головною метою розробки оптичних волокон було забезпечення оптичних засобів зв'язку. Для далекого зв'язку найбільш важливі такі властивості волокна, як широкосмуговість (теоретично широкосмуговість оптичного волокна може складати до декількох десятків терагерц) і малі втрати. Для внутрішньо-міських мереж особливе значення мають малий діаметр, відсутність взаємного впливу і безіндукційність.

Методологія нелінійної оптики, зокрема використання підсилення оптичного випромінювання за допомогою вимушеного комбінаційного розсіяння (ВКР) світла, корінним чином змінює вигляд оптичних засобів передачі та обробки інформації, розширюючи смугу робочих частот у терагерцовий діапазон частот, що дозволяє освоїти фемтосекундну область швидкодії.

Сучасні досягнення технології волоконних лазерів, в яких реалізуються рекордні характеристики з точки зору спектральної чистоти та ширини смуги генерації, вихідної потужності, енергії та тривалості надкоротких імпульсів, пов'язане, в першу чергу, з використанням різноманітних легуючих домішок до кварцового скла, з якого виготовляються найбільш поширені волокна.

Метою даного курсу лабораторних робіт є ознайомлення з типовими оптичними волокнами як частинами телекомунікаційних оптоволоконних систем, набуття студентами знань та навичок у розрахунках параметрів оптичного матеріалу, а також поглиблення знань у галузі спектроскопії. Курс несе в собі практичні аспекти, адже на основі подібних викладок можливо реалізовувати попередньо моделювання телекомунікаційних систем, як приклад, волоконно-оптичного підсилювача який базується на явищі вимушеного комбінаційного підсилення.

## Лабораторне завдання №1

### Оцифрування ВКР профілю підсилення типових оптичних волокон

#### Мета роботи:

- ознайомитися з теоретичними викладками, що надано в даному методичному матеріалі;
- провести комп'ютерне оцифрування типового профілю ВКР підсилення згідно свого варіанту;
- оформити звіт та представити його результати на перевірку.

#### 1. Короткі теоретичні відомості

Першим спостереженням вимушеного КР випромінювання у скляному оптичному волокні зараз прийнято вважати роботу "Raman oscillation in glass optical waveguide" R. H. Stolen, E. P. Ippen, A. R. Tynes (1972), що опублікована за результатами досліджень, виконаних у 1971 році з використанням одномодового кварцового волокна. Автори першими дійшли висновку про можливість побудови широкосмугових оптичних підсилювачів у волокнах за допомогою КР підсилення. До того часу фундаментальні переваги волоконних КР підсилювачів (ВКРП) в загальних рисах вже були цілком зрозумілими. Насамперед підсилення можна отримати на довільній довжині хвилі шляхом відповідного вибору довжини хвилі джерела помпування. Саме передавальне волокно може використовуватися як активне підсилювальне середовище. Зі створенням ВКРП з'явилася безпрецедентна можливість реалізувати смугу робочих частот підсилювача понад 10 ТГц із високим ступенем рівномірності у спектральній області шляхом вибору відповідного спектрального розподілу накачок. Крім того, ефект ВКР у волокнах дозволяє здійснити лазерну генерацію на зсунутих частотах. По відношенню до власне підсилювачів, ВКР дозволяє реалізувати їх не тільки у вигляді традиційного дискретного пристрою, але й у вигляді розподіленого підсилювача. Розподілені КР підсилювачі отримали широке розповсюдження у волоконно-оптичних системах у самий останній час. В них передавальне волокно одночасно використовується як підсилювальне середовище. В лазерах та дискретних підсилювачах звичайно застосовують спеціалізовані волокна (КР волокна) зі спеціальними характеристиками, які дозволяють цим КР пристроям працювати більш ефективно.

ВКР підсилення виникає в результаті передачі потужності від одного оптичного променя (накачки) до іншого (сигналу), який зміщений за частотою на величину, що відповідає енергії оптичного фонона. З феноменологічної точки зору наростання потужності стоксової хвилі  $P_s$  у процесі розповсюдження в одномодовому волокні за рахунок синхронної ВКР взаємодії з накачкою, що має певну потужність  $P_p$ , описується співвідношенням:

$$dP_s/dz = \gamma_R P_s = g_R P_p P_s. \quad (1.1)$$

З рівняння (1.1) безпосередньо витікає визначення двох взаємозв'язаних параметрів  $\gamma_R$  та  $g_R$  (оскільки  $\gamma_R = g_R P_p$ ), кожен з яких відповідає коефіцієнту ВКР підсилення за потужністю.

Не залежний від потужності накачки коефіцієнт  $g_R$  є головним матеріальним параметром нелінійної ВКР взаємодії.

Рівняння (1.1) часто записують для інтенсивностей хвиль, що взаємодіють між собою. В цьому випадку воно набуває вигляду:

$$dI_s/dz = \tilde{g}_R I_p I_s, \quad (1.2)$$

де  $\tilde{g}_R = g_R A_{\text{еф}}$  – коефіцієнт КР підсилення за інтенсивністю,  $I_p = P_p/A_{\text{еф}}$  – інтенсивність накачки,  $I_s$  – інтенсивність стоксової хвилі,  $A_{\text{еф}}$  – ефективна площа серцевини волокна.

Слід зауважити, що коефіцієнт підсилення  $\tilde{g}_R$  за інтенсивністю вимірюється в одиницях м/Вт і через постійну для кожного конкретного волокна ефективну площу  $A_{\text{еф}}$  однозначно зв'язаний з коефіцієнтом підсилення  $g_R$  за потужністю, який зазвичай вимірюють в одиницях (Вт·км)<sup>-1</sup>. Обидві величини однаково часто використовуються в літературі як для розрахунків параметрів ВКР у волокнах, так і при експериментальних дослідженнях.

Коефіцієнт КР підсилення  $g_R(\omega)$  описується уявною частиною нелінійної сприйнятливості  $\chi^{(3)}$  третього порядку. В свою чергу,  $\chi^{(3)}$  зв'язана з перерізом спонтанного КР, що вимірюється експериментально. Кожне з численних КР активних коливань молекулярної системи волокна вносить свій вклад у формування спектра КР, який має достатньо складну структуру.

Відповідно профіль ВКР підсилення проявляється у вигляді неоднорідного континуума. На рис. 1 представлені криві підсилення КР  $g_R(\omega)$  для поширених оптичних волокон на основі кварцового скла, що широко застосовуються для передачі оптичних сигналів – волокна з чистого плавненого кварцу (рис. 1, а), волокна з оптимізованою дисперсією (рис. 1, б), що має фірмову назву True Wave RS<sup>TM</sup> та волокна зі зміщеною дисперсією (рис. 1, в).

Як бачимо, спектр КР залежить від складу та домішок у серцевині волокна, а максимум КР підсилення  $g_{Rmax}$  може змінюватися помітним чином.

ВКР підсилення оптичної хвилі в одномодовому волокні відбувається наступним чином. Якщо слабе випромінювання (інформаційний сигнал) з частотою  $\omega_s$  входить у волокно разом з накачкою на частоті  $\omega_p$ , то воно буде підсилюватися стоксовою хвилею КР тоді, коли різниця частот  $\omega_p - \omega_s$  буде знаходитися в межах смуги спектра КР.

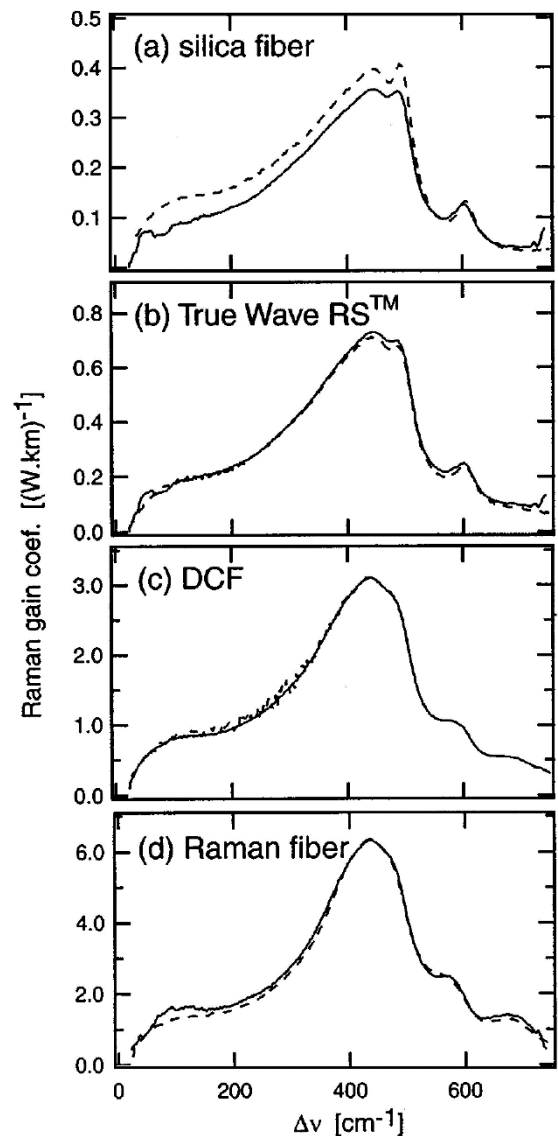
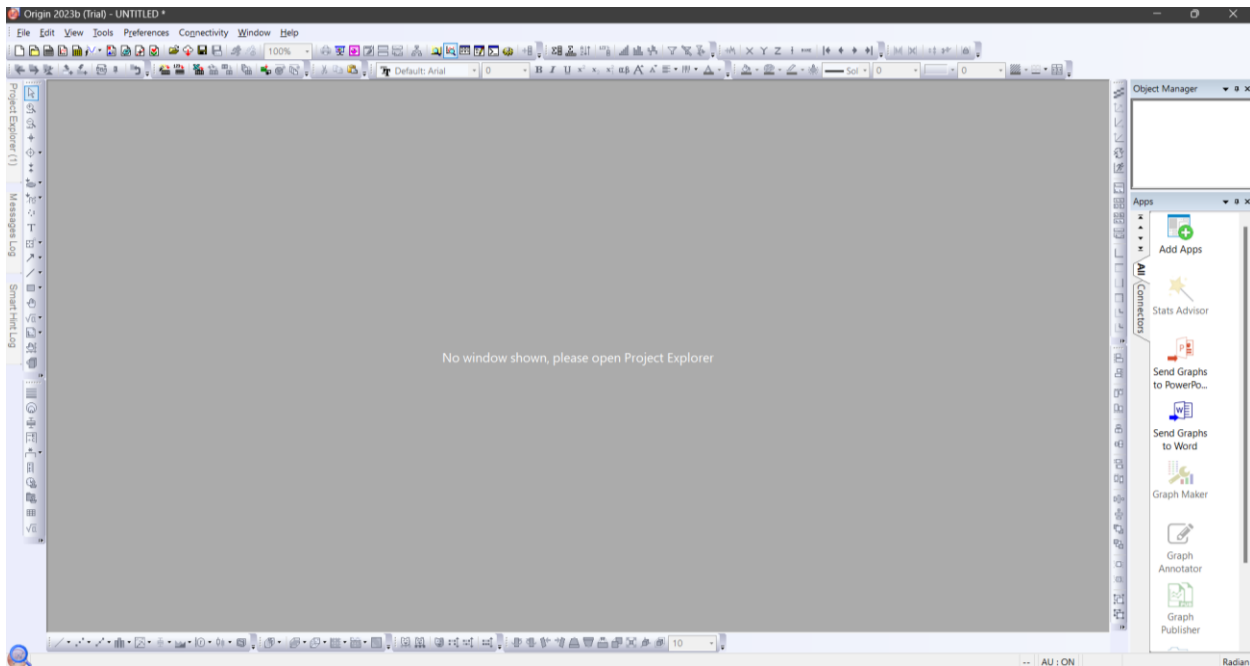


Рис. 1 – Спектр КР підсилення у волокнах на основі плавненого кварцу:

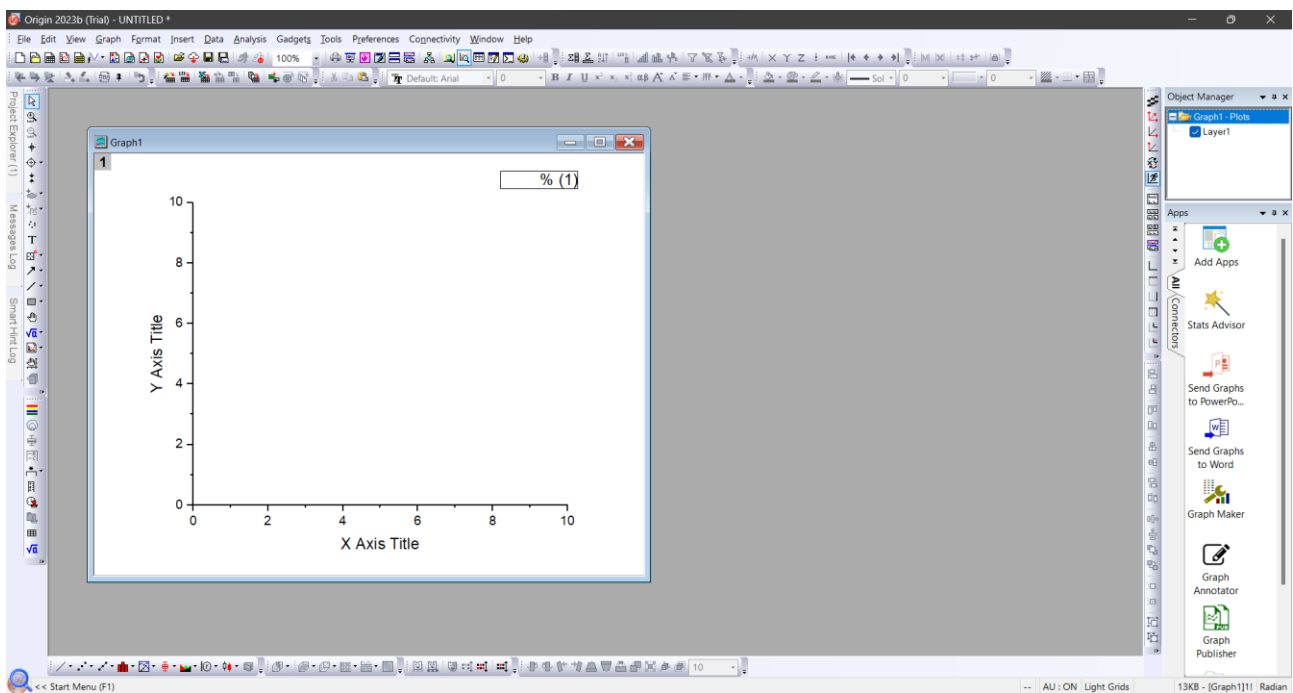
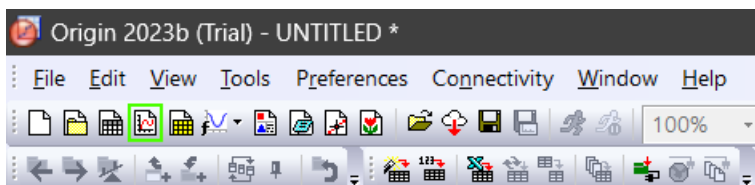
- а – стандартне кварцове волокно;
- б – волокно типу True Wave RS<sup>TM</sup>;
- в – волокно зі зміщеною дисперсією;
- г – спеціалізоване Раман-волокно.

## 2. Завдання до роботи

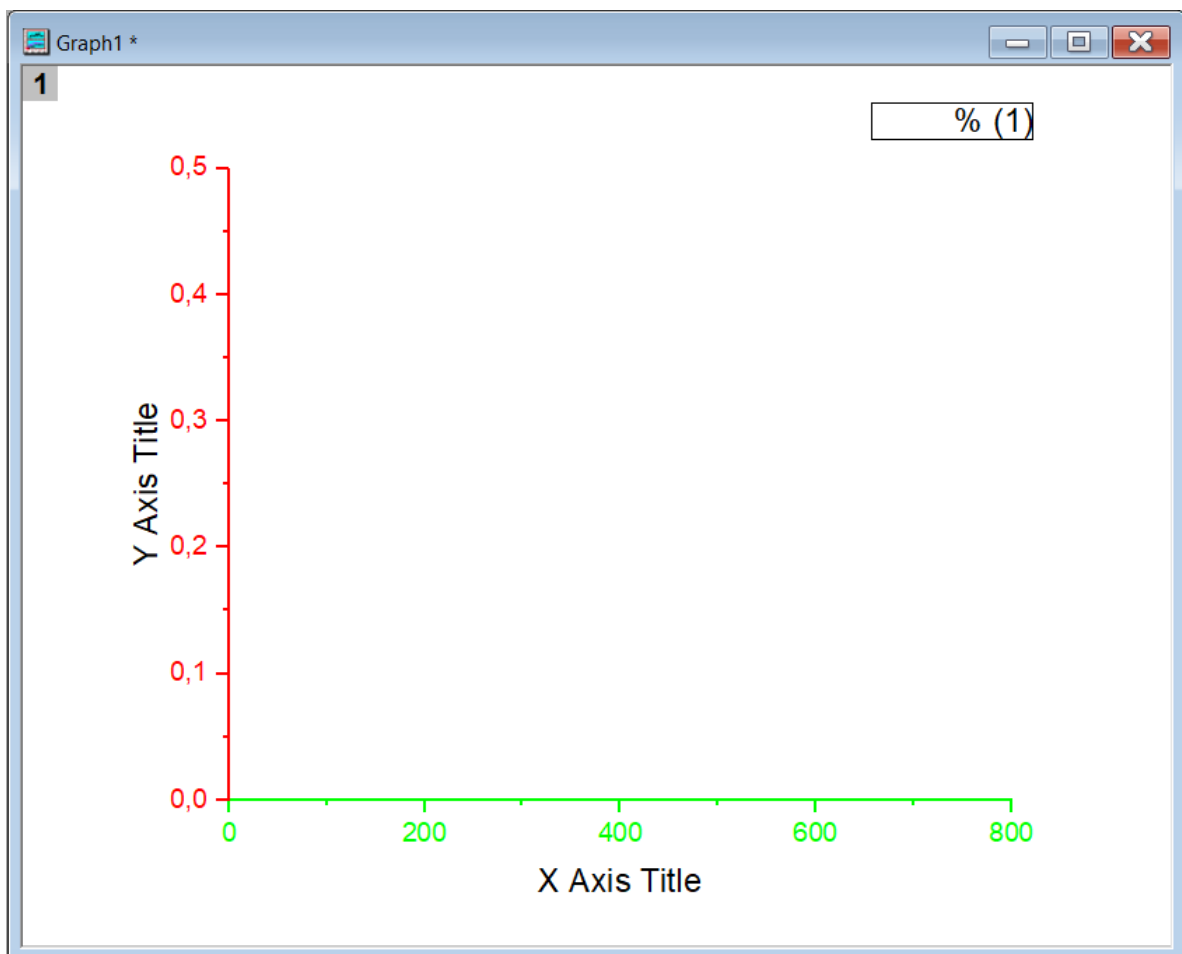
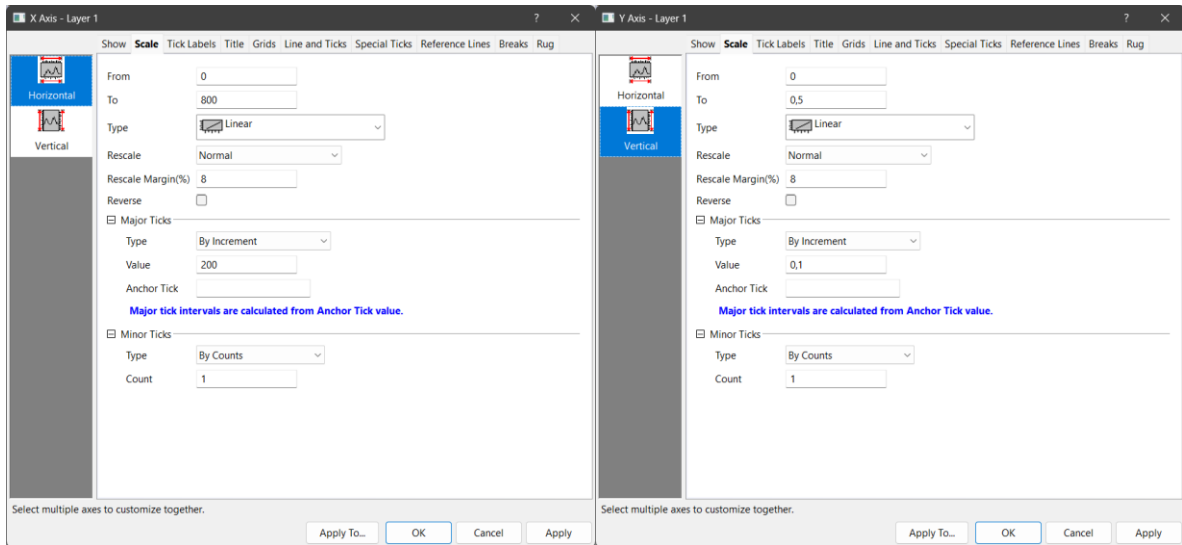
1. Встановити останню trial версію П/З Origin (2023b SR1) та відкрити даний П/З.



2. Створити новий проект, що містить новий графік натиснувши New Graph.



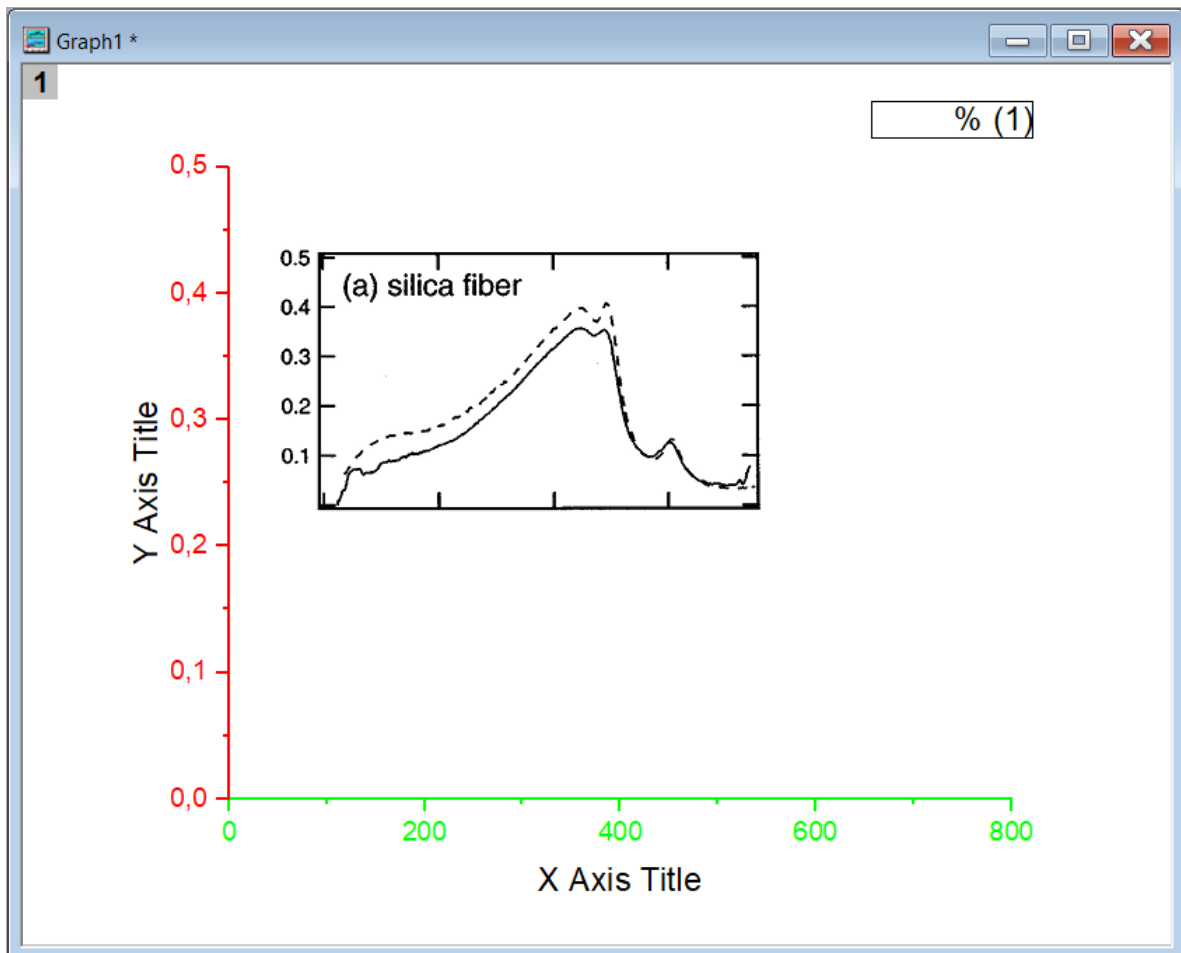
3. Відредагувати осі абсцис та ординат відповідно до масштабу наданого (згідно варіанту) ВКР профілю підсилення.



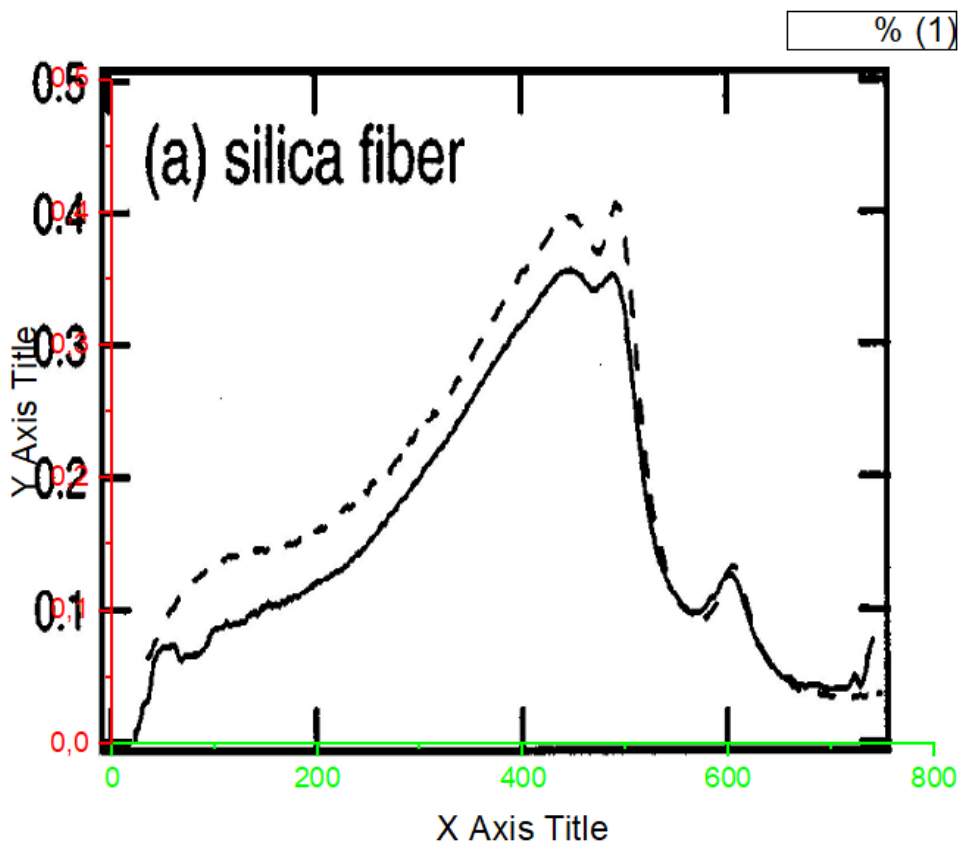
**ВКР профілі підсилення відповідно до варіанту за номером списку:**


НОМЕР СТУДЕНТА ЗА СПИСКОМ							ЗОБРАЖЕННЯ
1	5	9	13	17	21	25	Bromage_1.jpg
2	6	10	14	18	22	26	Bromage_2.jpg
3	7	11	15	19	23	27	Bromage_3.jpg
4	8	12	16	20	24	28	Bromage_4.jpg

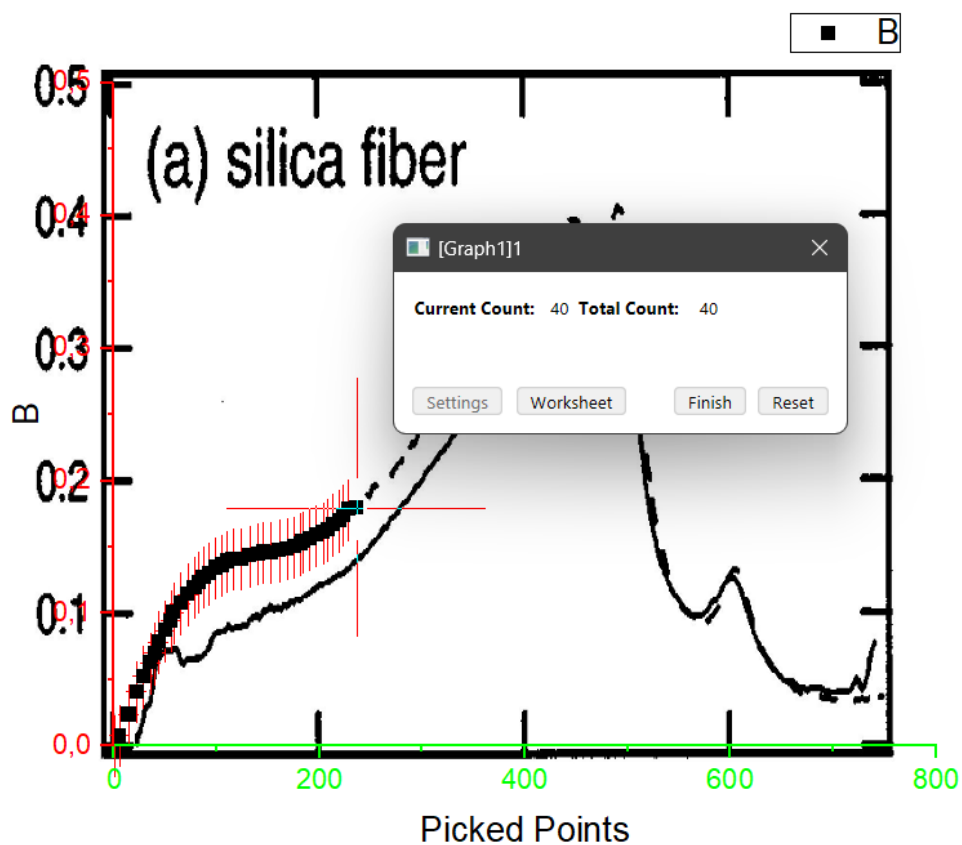
4. На вкладці Insert імпортувати до Graph1 ВКР профіль підсилення для подальшого оцифрування (Insert => Images From Files => Open; обирати файл з розширенням \*.jpg згідно варіанту).



5. Підігнати (масштабувати) імпортований ВКР профіль підсилення під сітку раніше створеного графіку (для зручності зображення ВКР профілю можливо впорядкувати поза раніше створений графік, тобто ПКМ => Push to back of data).



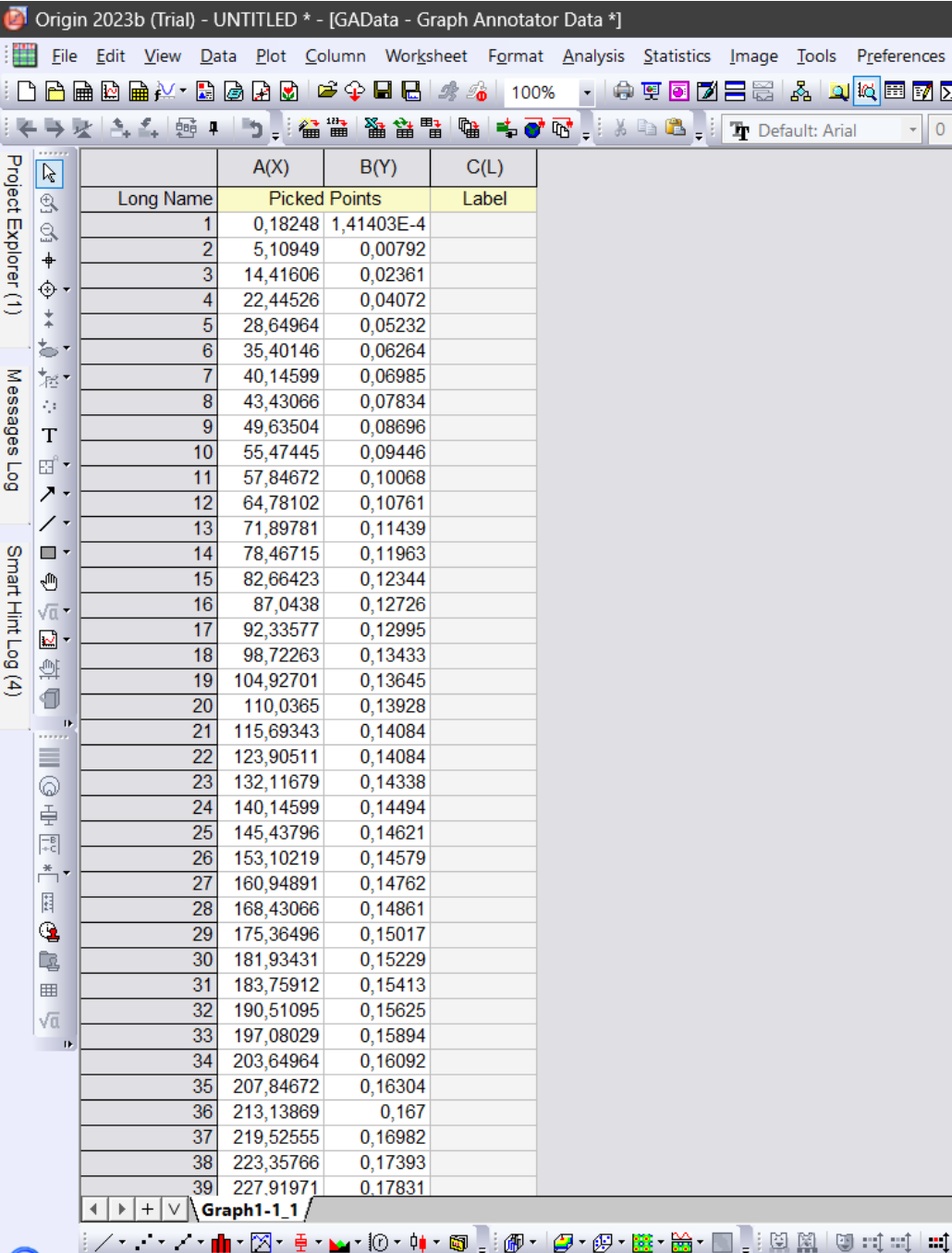
6. Поверх зображення ВКР профілю (пунктирна лінія) проставити вздовж відповідно точки, що відповідають цьому профілю за допомогою інструменту  Draw Data .



**Рекомендація** : для більш кращого оцифрування ВКР профілю слід рівномірно розставляти точки вздовж осі абсцис (дотримуватися так званого кроку дискретизації) у кількості 75-150 точок на графік.

7. Після нанесення достатньої кількості точок створити таблицю оцифрованих даних. (ЛКМ => Worksheet). Це дасть змогу проглянути координати точок оцифрованого ВКР профілю та експортувати їх в файл Excel.

**Зауваження!** : нижчеподаний рисунок скріншоту є наглядним, тобто представлений як оглядовий матеріал, що не має точності оцифрування.



	A(X)	B(Y)	C(L)
Long Name	Picked Points		Label
1	0,18248	1,41403E-4	
2	5,10949	0,00792	
3	14,41606	0,02361	
4	22,44526	0,04072	
5	28,64964	0,05232	
6	35,40146	0,06264	
7	40,14599	0,06985	
8	43,43066	0,07834	
9	49,63504	0,08696	
10	55,47445	0,09446	
11	57,84672	0,10068	
12	64,78102	0,10761	
13	71,89781	0,11439	
14	78,46715	0,11963	
15	82,66423	0,12344	
16	87,0438	0,12726	
17	92,33577	0,12995	
18	98,72263	0,13433	
19	104,92701	0,13645	
20	110,0365	0,13928	
21	115,69343	0,14084	
22	123,90511	0,14084	
23	132,11679	0,14338	
24	140,14599	0,14494	
25	145,43796	0,14621	
26	153,10219	0,14579	
27	160,94891	0,14762	
28	168,43066	0,14861	
29	175,36496	0,15017	
30	181,93431	0,15229	
31	183,75912	0,15413	
32	190,51095	0,15625	
33	197,08029	0,15894	
34	203,64964	0,16092	
35	207,84672	0,16304	
36	213,13869	0,167	
37	219,52555	0,16982	
38	223,35766	0,17393	
39	227,91971	0,17831	

8. Експортувати значення оцифрованого ВКР профілю в файл типу Excel. На основі отриманих значень побудувати точкову діаграму з гладкими кривими та представити її у звіті.

**Рекомендація** : зберегти всі файли, що були створені та отримані в результаті даної лабораторної роботи та, в разі потреби, за вимогою мати змогу представити їх викладачу.

### **3. Оформлення звіту по роботі**

- Оформити титульний лист за зразком (див. дод.).
- Вказати назву роботи та її мету.
- Навести ВКР профіль підсилення згідно свого варіанту.
- Навести результати комп'ютерного оцифрування ВКР профілю підсилення за кожним пунктом завдання до роботи та надати пояснення до них.
- Зробити висновки щодо результатів виконаної роботи.

## Лабораторне завдання №2

### Багатомодова гаусова декомпозиція ВКР профілю підсилення типових оптичних волокон

#### Мета роботи:

- ознайомитися з теоретичними викладками, що надано в даному методичному матеріалі;
- провести комп'ютерну процедуру багатомодової гаусової декомпозиції типового профілю ВКР підсилення згідно свого варіанту;
- оформити звіт та представити його результати на перевірку.

#### 1. Короткі теоретичні відомості

Профіль спектра ВКР підсилення в оптичних волокнах на основі плавненого кварцу має досить складний вигляд та містить багато спектральних особливостей. Це вказує на велику кількість коливальних мод, які приймають участь у процесі ВКР. Перекриття спектральних ліній КР від цих коливань є настільки великим, що безпосереднє виділення внесків від окремих фононних коливань із спостережуваного спектра не уявляється можливим. Спектр ВКР підсилення відновлюється із експериментального спектра спонтанного комбінаційного розсіяння (СКР) і він містить значну кількість коливальних мод, що вносять внески у ВКР підсилення у кварцових волокнах. На рис. 1 зображений спектр СКР.

З рис. 1 чітко видно особливості спектру – максимуми, схили та п'єдестали, що позначені, відповідно, числами. У цьому розкладі здійснюється ретельна прив'язка до спостережуваних особливостей спектру – положення максимумів, схилам та п'єдесталам, що наявні у спектрі. У результаті декомпозиції спектра отримується набір відносних амплітуд та ширини використаних компонент. Виявлено, що за допомогою всього 10 компонент область КР, що укладена між 0 та  $800 \text{ см}^{-1}$  можна апроксимувати з точністю не гірше, ніж 1%.

На рис. 2 ілюструється відмінність спектру ВКР підсилення від спектру СКР на множник теплової заселеності основного стану  $n_p + 1$ .

З рис. 2 спостерігається відмінність, що ілюструється залежностями, які викликають розходження інтенсивності спектральних компонент в області малих зсувів частоти у низькочастотній області.

Деякі піки на рис. 1 є настільки асиметричними, що за грубою оцінкою вони можуть відповідати сумі приблизно 10 – 15 коливальних мод, кожна з яких є ансамблем гармонічних осциляторів і вносить свій внесок до КР спектра кварцового волокна.

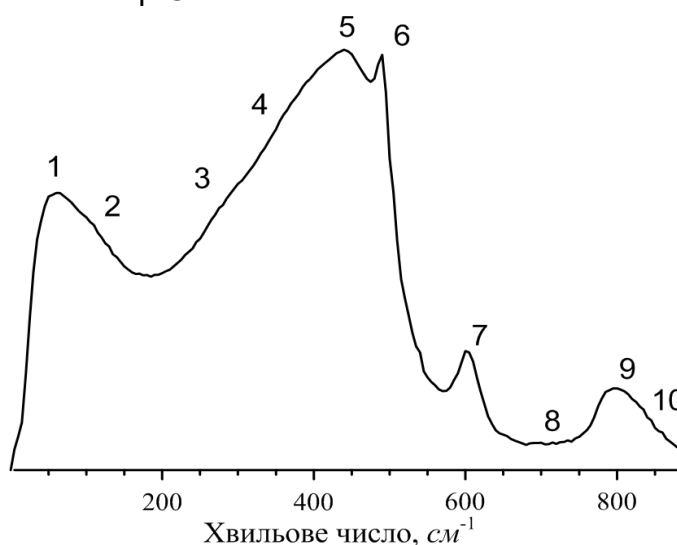


Рис. 1. Спектр стоксового спонтанного випромінювання КР у волокнах плавненого кварцу для області від 0 –  $800 \text{ см}^{-1}$

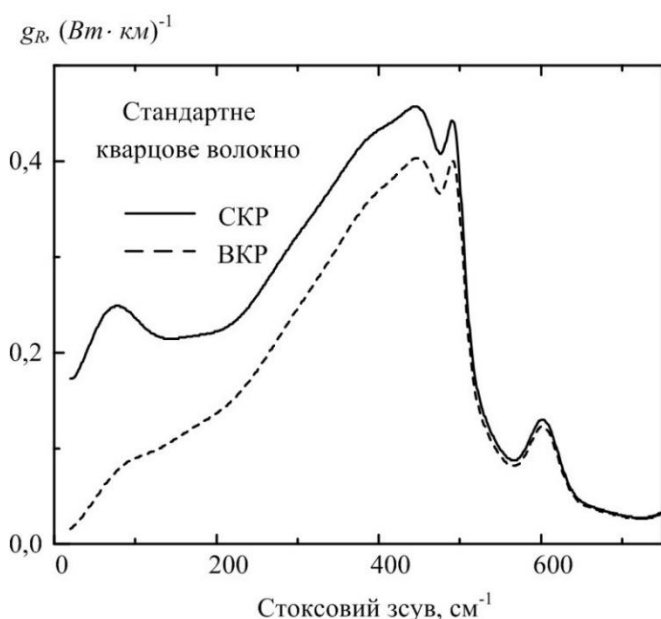


Рис. 2. Спектри СКР (суцільна лінія) та профілі ВКР (пунктир) у стандартному кварцовому волокні

(лорентцевого типу) у випадку однорідного розширення. Така спектроскопічна класифікація лежить в основі декомпозиції та інтерпретації експериментального спектра КР підсилення.

Однак у застосуванні до кварцових волокон, як показує практика, більш складна проміжна модель розширення сама собою ще не приводить до кращої точності і не завжди виправдовує підвищення обчислювальних витрат більш, ніж на порядок. За останніми даними переваги проміжної моделі у відношенні точності не підтверджуються, оскільки вся апроксимація виконувалась вручну. Тому з точки зору практичних застосувань необхідність використання великої кількості додаткових параметрів апроксимації у сполученні з досить складними базовими функціями, які не виражаються через елементарні функції навряд чи можна вважати доцільним.

В обґрунтування фізичного змісту процедури гаусової декомпозиції ВКР профілю підсилення треба відзначити той факт, що плавлений кварц становить собою аморфний матеріал. Тому кожний загасаючий осцилятор з резонансною частотою має довільну орієнтацію відносно своїх сусідів, які вносять стохастичні збурення у частоту цього осцилятора. Тому треба очікувати формування гаусового профілю для суперпозиції великої кількості вузьких спектральних максимумів з нормальним розподілом випадкових значень частот для цих осциляторів.

**Основні методи спектральної декомпозиції.** Модельний аналіз спектра КР за допомогою гаусових профілів лінії заснований на наступному виразі, що приймає вигляд:

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_{v,i})^2}{\Gamma_i^2} \right],$$

де  $N_m$  – кількість мод, що використовуються для декомпозиції;  $\omega_{v,i}$  – центральна частота  $i$ -ого гаусового профілю;  $\Gamma_i = \text{FWHM}_i / (2\sqrt{\ln 2}) \approx 0,6 \cdot \text{FWHM}_i$ , де  $\text{FWHM}_i$  – повна ширина на половині від максимуму для  $i$ -ого гаусового профілю.

На відміну від неоднорідного розширення у випадку однорідного розширення коливальних частот для декомпозиції складного спектрального контуру традиційно використовують лорентцеву форму лінії. У цьому випадку апроксимація профілю ВКР приймає вигляд:

Такий спектр не можна точно описати за допомогою простої функції з одним максимумом, апроксимація трикутником дає надто грубе наближення, а наближення лише однією функцією осцилятора або гаусовою функцією у ряді випадків може виявитися незадовільним, наприклад для обчислення коефіцієнтів зв'язаних рівнянь при їх числовому розв'язку. Вирішення цієї задачі потребує застосування декомпозиції КР контуру за допомогою кількох коливальних мод.

Кожна коливальна мода у плавленому кварці є надзвичайно широкою і може мати гаусовий профіль, якщо має місце неоднорідне розширення або ж залишатися у лінії, що характерна для осцилятора

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i \cdot \frac{(\gamma_i/2)^2}{(\omega - \omega_{v,i})^2 + (\gamma_i/2)^2},$$

де  $A_i$  – амплітуда нормованого лорентцевого профілю,  $\omega_{v,i}$  – частота у центрі лінії,  $\gamma_i$  – повна ширина на половині максимуму.

Практика показує, що у випадку однорідного розширення доцільно використати набір нормованих функцій фононного осцилятора, що дозволяє представити функцію  $g_R(\omega)$  у вигляді:

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{A_i}{\omega_{v,i}} \cdot \frac{\omega_{v,i} \gamma_i^2 \omega}{(\omega^2 - \omega_{v,i}^2)^2 + (\omega \gamma_i)^2},$$

де  $A_i$  – амплітуда нормованих функцій фононного осцилятора,  $\omega_{v,i}$  – частота у центрі лінії,  $\gamma_i$  – повна ширина на половині максимуму.

Якщо спектр КР формується за рахунок незалежних механізмів, які приводять як до однорідного, так і неоднорідного розширення, то його комп'ютерну декомпозицію прийнято здійснювати за допомогою згортки від лоренцевої та гаусової функцій, яка носить назву функції Фойгта. При використанні цієї функції  $g_R(\omega)$  можна представити як:

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i \cdot \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{\gamma_i^2/2\Gamma_i^2 + [(\omega - \omega_{v,i})/\sqrt{2}\Gamma_i - t]^2} dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{\gamma_i^2/2\Gamma_i^2 + t^2} dt},$$

де у кожному із профілів Фойгта є 4 параметри, причому  $A_i$  та  $\omega_{v,i}$  – як і раніше відповідають амплітуді та центральній частоті нормованого профілю в центрі лінії, а  $\Gamma_i$  і  $\gamma_i$  – напівширини гаусової і лоренцевої компонент.

Для апроксимації також застосовують модель проміжного розширення, але, на відміну від вищезазначених, з дещо іншим набором базових функцій для декомпозиції спектра ВКР:

$$g_R(\omega) = \sum_{l=1}^{N_m} \frac{A'_l}{2\omega_{v,l}} \int_0^{\infty} \{ \cos[(\omega_{v,l} - \omega)t] - \cos[(\omega_{v,l} + \omega)t] \} \cdot \exp(-\gamma_l t) \exp(-\Gamma_l^2 t^2/4) dt,$$

де кожний доданок у сумі містить 4 параметри, які мають той же сенс, що і у попередньому виразі для профілів Фойгта.

Вищеописані функції далеко не вичерпують список можливостей сучасного програмного забезпечення з обробки спектральної інформації.

**Процедура гаусової декомпозиції.** Профіль ВКР підсилення розкладається на кілька спектральних компонент гаусового типу:

$$g_R(\omega) = g_{Rmax} \cdot \sum_{i=1}^{N_m} A_i \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_{v,i})^2}{\Gamma_i^2} \right] = g_{Rmax} \cdot \varphi(\omega), \quad (1)$$

де  $\varphi(\omega)$  – аналітична функція від частоти  $\omega$ , яка є нормованим профілем ВКР підсилення,  $g_{Rmax}$  – максимальне значення коефіцієнта ВКР підсилення;  $N_m$  – кількість компонент;  $A_i$  та  $\omega_{v,i}$  – відповідно амплітуда та центральна частота  $i$ -ої гаусової компоненти,  $\Gamma_i = \Delta\omega_i / (2\sqrt{\ln 2}) \approx 0,6\Delta\omega_i$ , де  $\omega_i$  повна ширина на половині від максимуму для  $i$ -ого гаусового профілю, яку звичайно використовують у спектроскопії.

Основна задача декомпозиції полягає у досягненні найкращої відповідності форм-фактора  $\varphi(\omega)$  експериментальному профілю ВКР. Практично задача вирішувалась шляхом пошуку оптимального набору із  $3 \times N_m$  параметрів формули (1) із застосуванням комп'ютерної процедури нелінійної апроксимації за методом

Левенберга-Марквардта. Цей метод використовує алгоритм пошуку мінімуму суми найменших квадратів методом якнайшвидшого спуску до квадратичної мінімізації відхилень експериментальних точок від функції ( $\omega$ ), яку визначає (1). У прикладному аспекті декомпозиції, за мету ставилася побудова, по можливості, найбільш простої функції  $g_R(\omega)$ , яка б відповідала експериментальному профілю КР підсилення з максимальною точністю.

**Приклад гаусової декомпозиції профілю підсилення волокна DCF<sup>1</sup>.**

У табл. 1 представлено числові значення параметрів, що є результатом гаусової декомпозиції профілю  $\varphi(\omega)$  на Стоксовому зсуві від 20 см<sup>-1</sup> (0,6 ТГц) до 800 см<sup>-1</sup> (24 ТГц) використовуючи 8 мод.

Таблиця 1. Результати декомпозиції профілю підсилення  $\varphi(\omega)$  у DCF волокні [ $g_{Rmax} = 3,1$  (Вт·км)<sup>-1</sup>]

№ моди	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>5</sub>	G <sub>6</sub>	G <sub>7</sub>	G <sub>8</sub>
$A_i$	0,064	0,155	0,241	0,594	0,579	0,095	0,173	0,170
$\omega_i, \text{см}^{-1}$	55	100	203	378	460	489	585	672
$\Gamma_i, \text{см}^{-1}$	27	59	108	117	79	23	40	111

Гаусову апроксимацію профілю ВКР підсилення показано на рис. 3, а (ліворуч) суцільною лінією, а точкам дискретизації експериментального спектру відповідає пунктирна лінія. Всі 8 гаусових коливних мод зображено на рис. 3, б (праворуч) суцільними лініями, а їх результуюча обвідна подана пунктирною лінією.

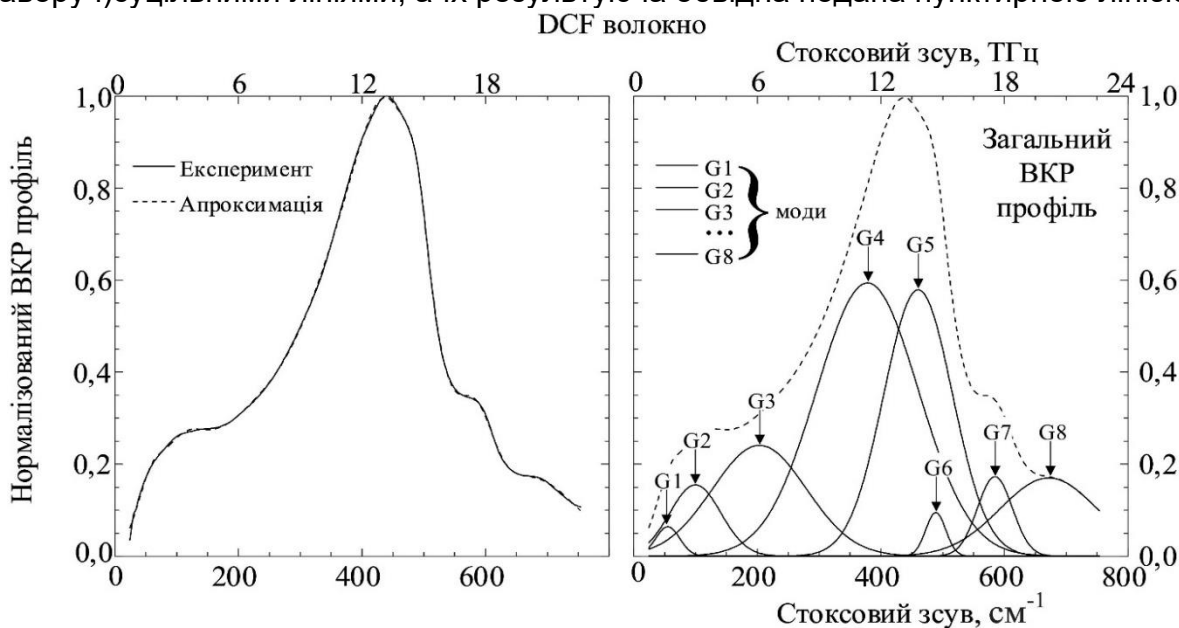


Рис. 3. Апроксимація профілю ВКР підсилення в DCF волокні з використанням 8 гаусових компонент для області Стоксового зсуву від 0 до 800 см<sup>-1</sup>

Таким чином, для спектральної області підсилення від 25 до 750 см<sup>-1</sup> отримано оптимальний набір параметрів, що містить  $N_m = 8$  коливних мод для DCF волокна. Отже, в результаті отримано майже точне наближення профілю ВКР підсилення в аналітичній формі для DCF волокна з робочим діапазоном частот до 20 ТГц.

**2. Завдання до роботи**

<sup>1</sup> Взято з тези

Я. Крутін, А. Корчак, М. Резніков, Г. Фелінський. «Гаусова апроксимація профілю ВКР підсилення у волокні з компенсованою дисперсією» / IV Всеукраїнська науково-практична конференція «Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних та комп'ютерних систем», MEICS-2019, Дніпро, Україна.

## ВКР профілі підсилення відповідно до варіанту за номером списку:

НОМЕР СТУДЕНТА ЗА СПИСКОМ							ЗОБРАЖЕННЯ
1	5	9	13	17	21	25	Bromage_1.jpg
2	6	10	14	18	22	26	Bromage_2.jpg
3	7	11	15	19	23	27	Bromage_3.jpg
4	8	12	16	20	24	28	Bromage_4.jpg

### 2.1. Підготовчий етап.

Форматувати таблицю з нормалізованими даними до формату CSV.

Маючи таблицю зі 75-150 значеннями подібного типу, яку було отримано при виконанні лабораторного завдання 1 (див. data\_1.xlsx) => нормалізуємо числові значення стовпця В до максимального одичного значення (див. data\_2.xlsx):

- Формула для комірки E1 =>  $=\text{МАКС}(B1:B150)$
- Формула для діапазону комірок C1:C150 (прим. для отриманого діапазону значень, що містить 150 чисел) => від  $=B1/\$E\$1$  до  $=B150/\$E\$1$

	A	B	C	D	E
1	20,05754	0,08078			
2	20,71517	0,14072			
3	22,68804	0,20326			
4	24,66091	0,26319			
5	27,94903	0,32052			
6	...	...			
7	763,50185	0,40651			
8	768,76284	0,39088			
9	772,70859	0,38046			
10	778,95602	0,36482			
11	783,55939	0,32313			
12					
13					
14					
15					

	A	B	C	D	E
E1					$=\text{МАКС}(B1:B150)$ 3,14007
1	20,05754	0,08078	0,025726	max.val.	3,14007
2	20,71517	0,14072	0,044814		
3	22,68804	0,20326	0,064731		
4	24,66091	0,26319	0,083817		
5	27,94903	0,32052	0,102074		
6	32,22359	0,37524	0,119501		
7	36,82696	0,42476	0,135271		
8	40,77271	0,47166	0,150207		
9	45,70489	0,52117	0,165974		
10	50,96589	0,56287	0,179254		
11	57,87094	0,60977	0,19419		
12	63,13194	0,64365	0,20498		
13	68,72174	0,68013	0,216597		
14	76,61323	0,72443	0,230705		
15	82,86067	0,76091	0,242323		

	A	B	C	D	E
C1			$=B1/\$E\$1$		
1	20,05754	0,08078	0,025726	max.val.	3,14007
2	20,71517	0,14072	0,044814		
3	22,68804	0,20326	0,064731		
4	24,66091	0,26319	0,083817		
5	27,94903	0,32052	0,102074		
6	32,22359	0,37524	0,119501		
7	36,82696	0,42476	0,135271		
8	40,77271	0,47166	0,150207		
9	45,70489	0,52117	0,165974		
10	50,96589	0,56287	0,179254		
11	57,87094	0,60977	0,19419		
12	63,13194	0,64365	0,20498		
13	68,72174	0,68013	0,216597		
14	76,61323	0,72443	0,230705		
15	82,86067	0,76091	0,242323		

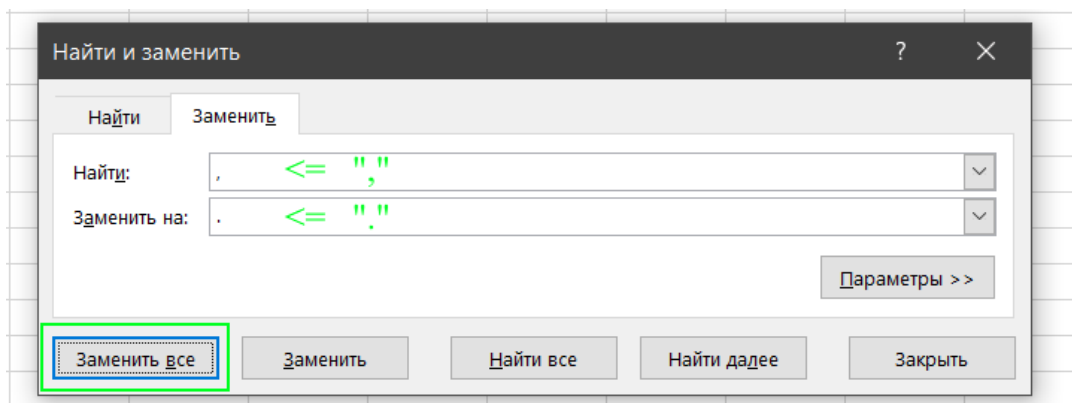
	A	B	C	D	E
C150			$=B150/\$E\$1$		
136	680,97000	0,56287	0,179254		
137	689,19030	0,54723	0,174273		
138	699,71229	0,55244	0,175932		
139	710,56309	0,55765	0,177592		
140	719,44102	0,54202	0,172614		
141	728,31895	0,53681	0,170955		
142	735,55282	0,50293	0,160165		
143	744,43074	0,48208	0,153525		
144	749,36293	0,45603	0,145229		
145	755,93917	0,41954	0,133608		
146	763,50185	0,40651	0,129459		
147	768,76284	0,39088	0,124481		
148	772,70859	0,38046	0,121163		
149	778,95602	0,36482	0,116182		
150	783,55939	0,32313	0,102905		
151					

та в результаті копіювання стовпця А та стовпця С до нової XLS таблиці отримуємо таблицю зі 75-150 значеннями подібного типу з нормалізованими даними у стовпці В, де максимальне значення не може перевищувати 1 (див. data\_3.xlsx) =>

	A	B	C	D	E
1	20,05754	0,02573			
2	20,71517	0,04481			
3	22,68804	0,06473			
4	24,66091	0,08382			
5	27,94903	0,10207			
6	...	...			
7	455,73366	1,00000			
8	...	...			
9	763,50185	0,12946			
10	768,76284	0,12448			
11	772,70859	0,12116			
12	778,95602	0,11618			
13	783,55939	0,10291			
14					
15					

Для подальшого переведення до формату CSV потрібно, щоб дробова частина була відокремлена не комою «,», а крапкою «.». Потрібно виконати наступні перетворення:

- Виділити Стовпець А та Стовпець В => ПКМ => Формат комірок => Число => Числовий формат: Текстовий.
- Виділити Стовпець А та Стовпець В => Скористатися комбінацією клавіш Ctrl+H => Вкладення замінити => Найти: , => Замінити на: . => Замінити все.

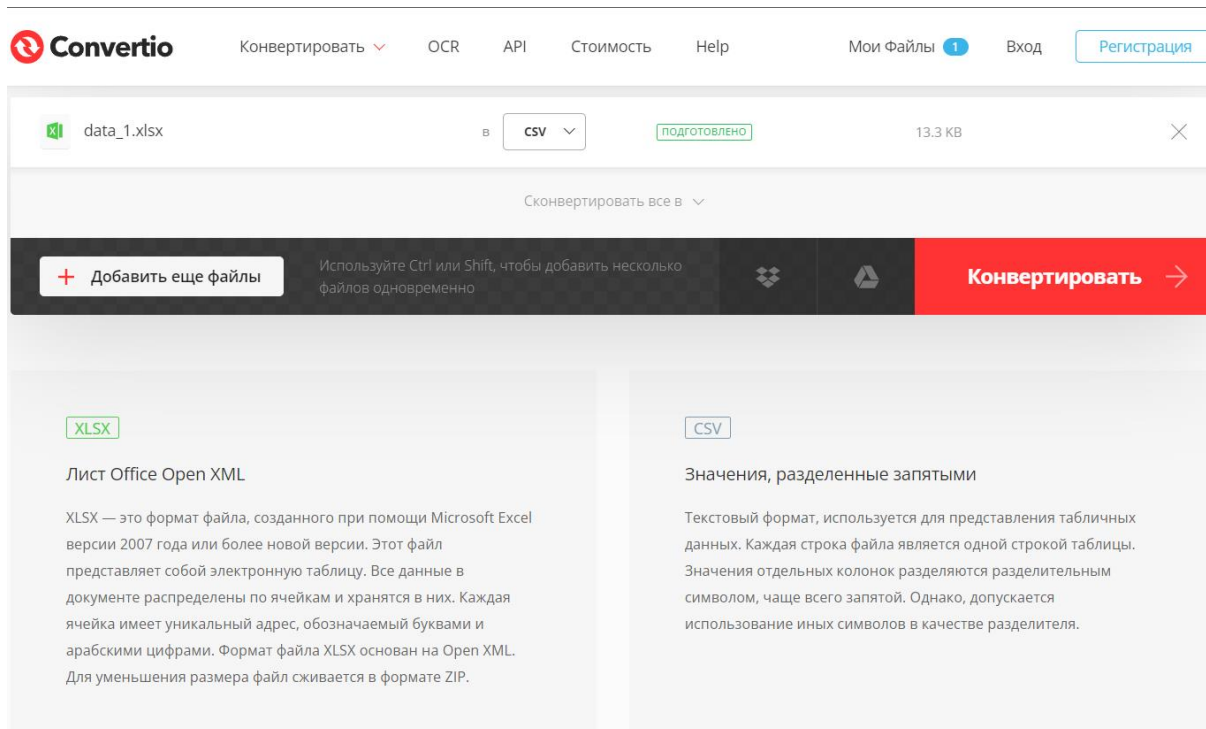


Таблиця набуває наступного вигляду (див. data\_4.xlsx):

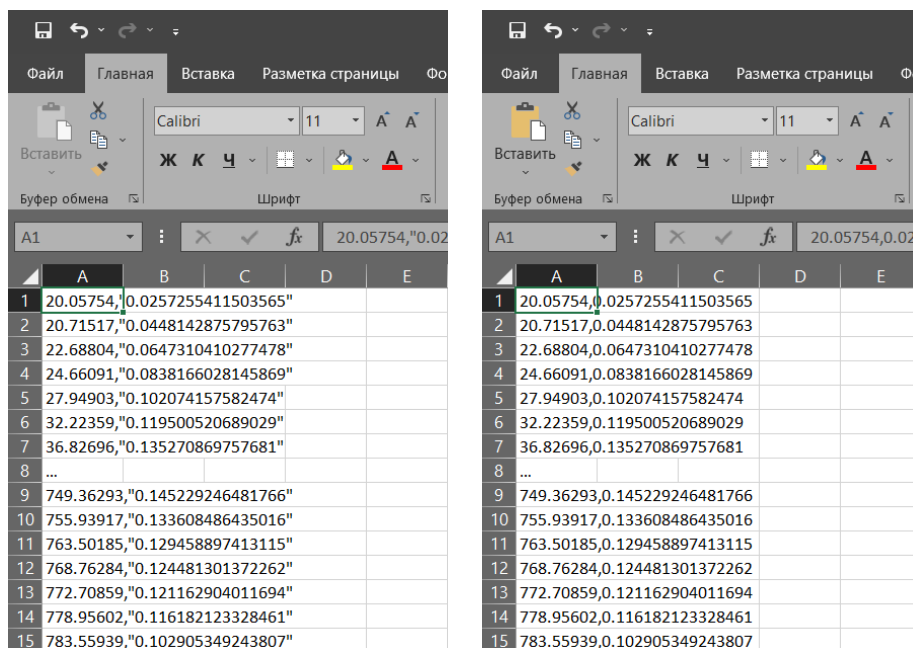
	A	B	C	D	E
1	20.05754	0.0257255411503565			
2	20.71517	0.0448142875795763			
3	22.68804	0.0647310410277478			
4	24.66091	0.0838166028145869			
5	27.94903	0.102074157582474			
6	...	...			
7	455.733661				
8	...	...			
9	755.93917	0.133608486435016			
10	763.50185	0.129458897413115			
11	768.76284	0.124481301372262			
12	772.70859	0.121162904011694			
13	778.95602	0.116182123328461			
14	783.55939	0.102905349243807			
15					

**Рекомендація** : Отримавши таблицю переконалися, що всі значення мають текстовий формат (Виділити Столбець А та Столбець В => ПКМ => Формат комірок => Число => Числовий формат: Текстовий). Особлива увага поряд зі значеннями «1» Столбця В.

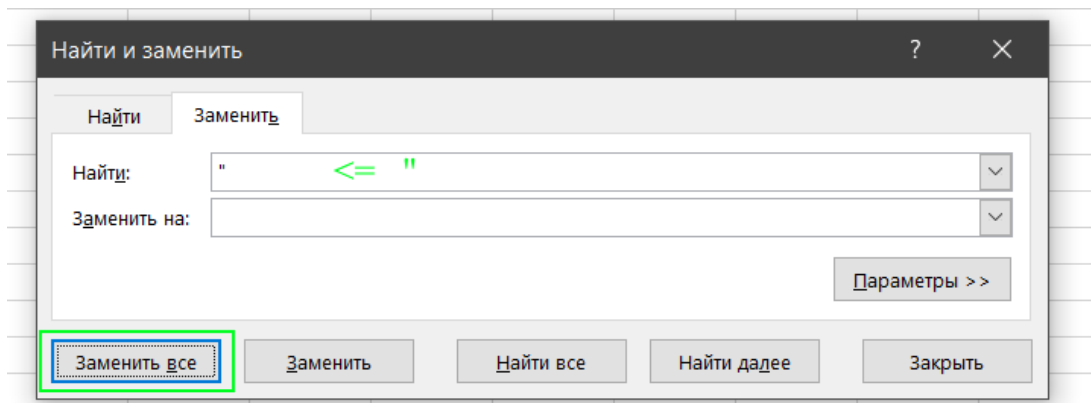
Для остаточної конвертації XLSX в CSV потрібно скористатися онлайн конвертером: <https://convertio.co/ru/xlsx-csv/>



Після конвертації XLSX в CSV потрібно скорегувати CSV таблицю(«» прибрати):



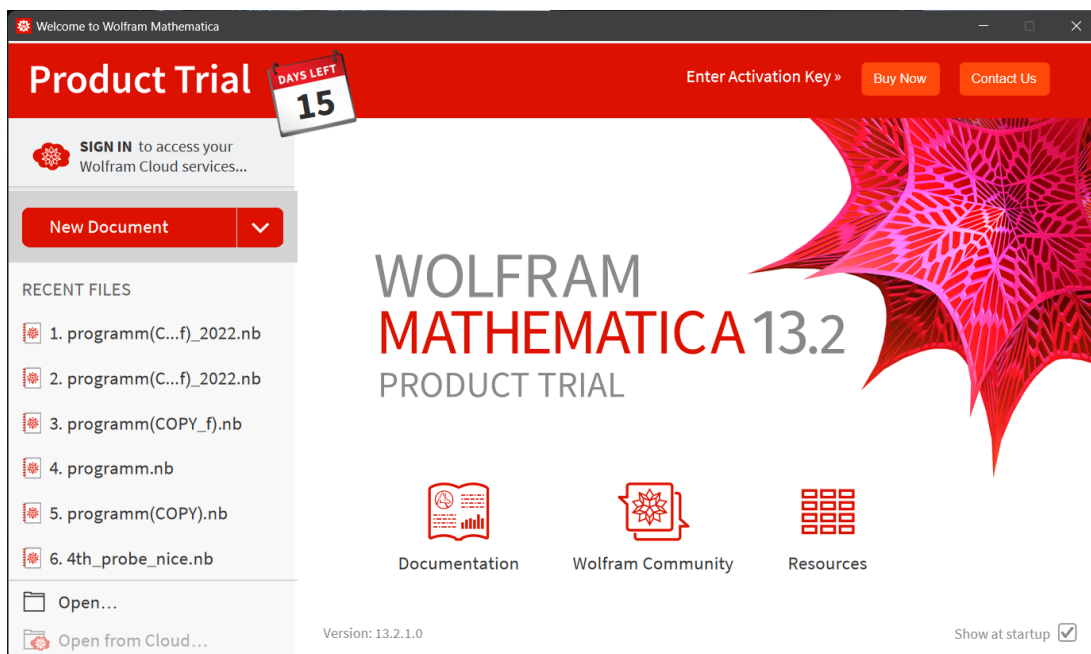
- Виділити Столбець А та Столбець В => Скористатися комбінацією клавіш Ctrl+N => Вкладення замінити => Найти: “ => Замінити все.



Зберегти як файл database.csv.

## 2.2. Декомпозиція у Wolfram Mathematica v.9.0.1.

1. Встановити останню trial версію П/З Wolfram Mathematica (13.2.1) та відкрити його.

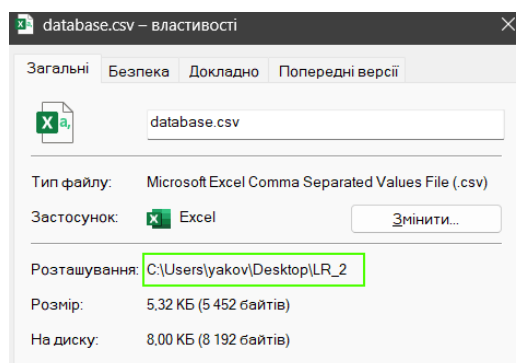


2. Відкрити наданий лист блокноту з програмою декомпозиції decompos.nb.

3. Вказати вірний шлях до раніше конвертованого файлу database.csv у вигляді типу:

```
databasespe = Import["C:/Users/Desktop/database.csv"].
```

**Рекомендація** : Щоб переглянути повний шлях до файлу: database.csv => ПКМ => Властивості.



4. Багатомодова гаусова декомпозиція відбувається за наступним планом:

- Визначитися з кількістю компонент. В залежності від наданого раніше за варіантом профілю ВКР підсилення здійснюється ретельна прив'язка до спостережуваних особливостей профілю ВКР підсилення – положення максимумів, схилам та п'єдесталам, що наявні у ньому.

**Рекомендація** : Для декомпозиції профілів типових телекомунікаційних волокон кількість гаусових компонент варіюється від  $N_m = 8$  до  $N_m = 12$ .

**Зауваження!** : Не варто забувати, що від кількості гаусових компонент буде залежати кількість шуканих невідомих оптимального набору із  $3 \times N_m$ , тобто якщо для опису профілю використати  $N_m = 8$  компонент, то шуканих параметрів буде 24. Дана кількість впливає на час опрацювання комп'ютерної процедури нелінійної апроксимації за методом Левенберга-Марквардта.

Від кількості компонент потрібно буде модифікувати код програми:

```
nlmf =
NonlinearModelFit[databasespe,
нелінійна регресія
e- $\frac{(w-1)^2}{g^2}$  I1 + e- $\frac{(w-2)^2}{g^2}$  I2 + e- $\frac{(w-3)^2}{g^2}$  I3 + e- $\frac{(w-4)^2}{g^2}$  I4 + e- $\frac{(w-5)^2}{g^2}$  I5 + e- $\frac{(w-6)^2}{g^2}$  I6 + e- $\frac{(w-7)^2}{g^2}$  I7 + e- $\frac{(w-8)^2}{g^2}$  I8,
{{I1, .1}, {w1, 20.}, {g1, 25.},
{I2, .1}, {w2, 100.}, {g2, 50.},
{I3, .1}, {w3, 200.}, {g3, 100.},
{I4, .1}, {w4, 300.}, {g4, 110.},
{I5, .1}, {w5, 450.}, {g5, 110.},
{I6, .1}, {w6, 480.}, {g6, 110.},
{I7, .1}, {w7, 500.}, {g7, 110.},
{I8, .1}, {w8, 550.}, {g8, 110.}},
w,
MaxIterations → 10000, Method → LevenbergMarquardt];
максимальне число ітерацій метод

nlmf =
NonlinearModelFit[databasespe,
нелінійна регресія
e- $\frac{(w-1)^2}{g^2}$  I1 + e- $\frac{(w-2)^2}{g^2}$  I2 + e- $\frac{(w-3)^2}{g^2}$  I3 + e- $\frac{(w-4)^2}{g^2}$  I4 + e- $\frac{(w-5)^2}{g^2}$  I5 + e- $\frac{(w-6)^2}{g^2}$  I6 + e- $\frac{(w-7)^2}{g^2}$  I7 + e- $\frac{(w-8)^2}{g^2}$  I8 + e- $\frac{(w-9)^2}{g^2}$  I9 +
e- $\frac{(w-10)^2}{g^2}$  I10 + e- $\frac{(w-11)^2}{g^2}$  I11 + e- $\frac{(w-12)^2}{g^2}$  I12,
{{I1, .1}, {w1, 20.}, {g1, 25.},
{I2, .1}, {w2, 100.}, {g2, 50.},
{I3, .1}, {w3, 200.}, {g3, 100.},
{I4, .1}, {w4, 300.}, {g4, 110.},
{I5, .1}, {w5, 450.}, {g5, 110.},
{I6, .1}, {w6, 480.}, {g6, 110.},
{I7, .1}, {w7, 500.}, {g7, 110.},
{I8, .1}, {w8, 550.}, {g8, 110.},
{I9, .1}, {w9, 580.}, {g9, 110.},
{I10, .1}, {w10, 600.}, {g10, 110.},
{I11, .1}, {w11, 650.}, {g11, 110.},
{I12, .1}, {w12, 750.}, {g12, 110.}},
w,
MaxIterations → 10000, Method → LevenbergMarquardt];
максимальне число ітерацій метод
```

**Зауваження!** : Вищеподані коди написані для  $N_m = 8$  та  $N_m = 12$ . В залежності від кількості компонент  $N_m$  буде потрібно задати потрібну кількість цих доданків та параметрів, що описують ці доданки.

$$A_i \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_{v,i})^2}{\Gamma_i^2} \right] \Rightarrow \exp \left[ -\frac{(w - w_i)^2}{g_i^2} \right] I_i$$

- Змінюючи значення параметрів  $I_i, w_i, g_i$  у формулі отримати якнайкращу апроксимацію експериментальних даних.

$$\{I_i, value\}, \{w_i, value\}, \{g_i, value\}$$

**Рекомендація** : Для декомпозиції профілів типових телекомунікаційних волокон параметри гаусових компонент варіюються в певних межах:

$$A_i[.01 \div 1.], \quad \omega_{v,i}[10.00 \div 800.00], \quad \Gamma_i[10.00 \div 200.00].$$

5. Отримавши якісний результат, представити  $\varphi(\omega)$ , що є аналітичною функцією від частоти  $\omega$ , яка є нормованим профілем ВКР підсилення у вигляді типу:

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) = & 0.170e^{-0.000081(-672+w)^2} + \\ & +0.173e^{-0.000628(-585+w)^2} + \\ & +0.095e^{-0.001927(-489+w)^2} + \\ & +0.579e^{-0.000160(-460+w)^2} + \\ & +0.594e^{-0.000073(-378+w)^2} + \\ & +0.241e^{-0.000087(-203+w)^2} + \\ & +0.155e^{-0.000294(-100+w)^2} + \\ & +0.0646e^{-0.001336(-55+w)^2}. \end{aligned}$$

6. Отримавши якісний результат, представити значення всіх параметрів  $A_i, \omega_i$  та  $\Gamma_i$  у вигляді таблиці типу:

№ моди	$G_1$	...	$G_i$
$A_i$		...	
$\omega_i, [\text{см}^{-1}]$		...	
$\Gamma_i, [\text{см}^{-1}]$		...	

7. Представити у звіті рисунок декомпозиції профілю ВКР підсилення (отриманий при комп'ютерній процедурі багатомодової гаусової декомпозиції у Wolfram Mathematica).

### 3. Оформлення звіту по роботі

- Оформити титульний лист за зразком (див. дод.).
- Вказати назву роботи та її мету.
- Навести ВКР профіль підсилення згідно свого варіанту.
- Навести результати комп'ютерної процедури багатомодової гаусової декомпозиції ВКР профілю підсилення за кожним пунктом завдання до роботи та надати пояснення до них.
- Зробити висновки щодо результатів виконаної роботи.

## Лабораторне завдання №3

### Визначення довжини хвилі нульової дисперсії для електромагнітного випромінювання

#### Мета роботи:

- ознайомитися з теоретичними відомостями, що викладені в даному методичному матеріалі;
- провести комп'ютерний розрахунок параметра дисперсії групової швидкості та визначити довжину хвилі нульової дисперсії оптичного матеріалу згідно свого варіанту;
- оформити звіт та представити його результати на перевірку.

#### 1. Короткі теоретичні відомості

На поширення електромагнітних хвиль у прозорих матеріалах впливає їхня взаємодія з молекулами середовища. Оскільки така взаємодія залежить від частоти, то і швидкість поширення електромагнітних хвиль також залежить від частоти: говорять, що матеріал має дисперсію. Одним із проявів такої дисперсії є розширення коротких світлових імпульсів при їхньому поширенні в диспергуючому середовищі. Величина розширення, пропорційна ширині спектра імпульсу і є іншим важливим фактором, що обмежує смугу пропускання оптичних волокон.

В оптиці звичайно мають справу з показником заломлення середовища  $n$ . Він показує, у скільки разів зменшується фазова швидкість  $v_p$  хвилі, що поширюється в даному середовищі, у порівнянні з фазовою швидкістю  $c$  у вакуумі

$$v_p = c/n. \quad (1.1)$$

Інша особливість оптики полягає в тому, що, починаючи з моменту зародження оптики як науки в XVI столітті, при описі джерел оптичного випромінювання використовують не частоту  $f$ , а довжину хвилі  $\lambda$  оптичних коливань. Це приводить до поняття довжини хвилі у вільному просторі  $\lambda = c/f$ . При поширенні коливань у середовищі з показником заломлення, відмінним від одиниці, довжина хвилі зменшується до  $\lambda_m$ , причому

$$\lambda_m = \lambda/n. \quad (1.2)$$

$$v_p = \lambda_m f. \quad (1.3)$$

Електромагнітну хвилю з частотою  $f$ , що поширюється через оптичне середовище уздовж осі  $z$ , зазвичай описують у вигляді проекції амплітуди електричної складової поля на вісь  $x$ , як дійсної частини  $E_x$ , тобто

$$E_x(z, t) = E_0 \exp[-i(\omega t - \beta z)], \quad (1.4)$$

де  $E_0$  – амплітуда поля;  $\beta = 2\pi/\lambda_m$  – стала розповсюдження в середовищі;  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота хвилі, а  $i^2 = -1$ .

Вираз (1.4) описує плоску хвилю без загасання, що поширюється в об'ємному матеріалі. Вважатимемо, що хвиля лінійно поляризована і вектор електричного поля лежить у площині  $x - z$ . Фазова швидкість такої хвилі дорівнює  $v_p = \omega/\beta$ , і, отже,

$$v_p = \omega/\beta = \lambda_m f = c/n, \quad (1.5)$$

звідки

$$n = c\beta/\omega. \quad (1.6)$$

Параметр загасання хвилі  $\alpha$  безпосередньо пов'язаний із комплексним показником заломлення  $n^*$  середовища у вигляді:

$$n^* = n + ik = \frac{c}{\omega}(\beta + i\alpha). \quad (1.7)$$

Таким чином, дійсна частина показника заломлення усе ще визначається виразом (1.6), у той час як уявна частина стає рівною

$$k = c\alpha/\omega. \quad (1.8)$$

Згідно із теорією електромагнітних хвиль Максвелла, фазова швидкість електромагнітних хвиль, що поширюються у середовищі із магнітною проникністю  $\mu$  і діелектричною проникністю  $\epsilon$ , визначається як

$$v_p = 1/\sqrt{\mu_0\mu\epsilon_0\epsilon} = c/\sqrt{\mu\epsilon}, \quad (1.9)$$

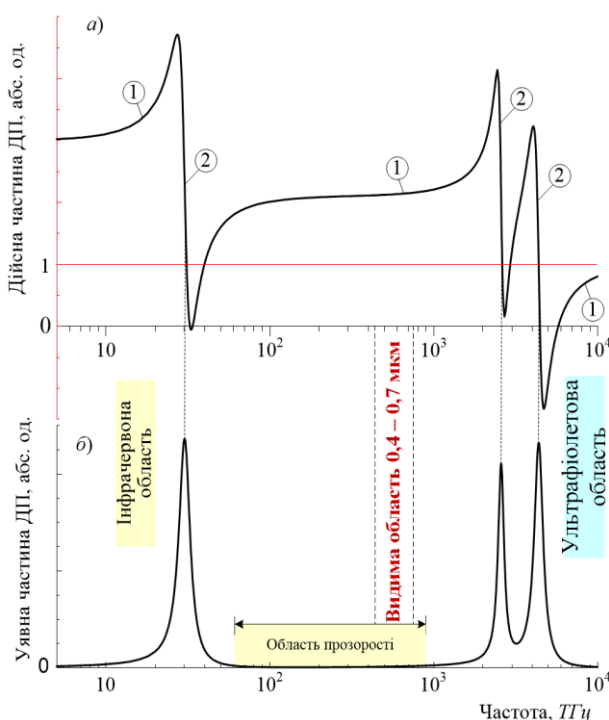


Рис.1. Дисперсія дійсної та уявної частин діелектричної проникності (ДП) з параметрами коливних мод, які відповідають значенням для плавленого кварцу.

де  $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  - швидкість світла у вакуумі.

Отже,  $n = \sqrt{\mu\epsilon}$ , причому, зважаючи на малість магнітних ефектів практично в усіх прозорих діелектриках, можна покласти  $\mu = 1$  і в результаті одержати таку досить загальну формулу для практичних розрахунків:

$$n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)}. \quad (1.10)$$

Теорія, що описує залежність  $\epsilon$ , а отже, і  $n$  від частоти в оптичному діапазоні розглядається в багатьох підручниках з електромагнетизму, оптики і фізики твердого тіла, і вони рекомендуються студентам для більш глибокого вивчення даного питання. Обидва теоретичні підходи – квантовий та класичний – дають еквівалентний результат, за якого вираз для діелектричної проникності (ДП)  $\epsilon^*(\omega)$  є комплексною функцією частоти  $\omega$ .

$$\varepsilon^*(\omega) = 1 + \sum_{m=1}^N \frac{S_m \omega_m^2}{\omega_m^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma_m} = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega) = (n^*)^2, \quad (1.11)$$

де  $S_m$  – сили осцилятора дипольно-активних коливань на частотах  $\omega_m$ , як внутрішньо-молекулярних ядер, так і їх електронних хмар, що формують окремі внески до низькочастотної діелектричної проникності. Сталі загасання  $\Gamma_m$  описують власне поглинання електромагнітного випромінювання на частотах поблизу від резонансних. Ці частоти відповідають області аномальної дисперсії, коли  $d\varepsilon'/d\omega < 0$ , які позначені як «2» на рис.1а. Відповідно області із  $d\varepsilon'/d\omega > 0$ , що позначені на рис.1а як «1» відповідають області нормальної дисперсії.

Враховуючи комплексний вираз для показника заломлення (1.7) та (1.11), запишемо:

$$[n^*(\omega)]^2 = [n^2(\omega) - \kappa^2(\omega)] - 2in(\omega)\kappa(\omega) = \varepsilon^*(\omega). \quad (1.12)$$

Усі прозорі матеріали характеризуються малим значенням загасання, тому можна обмежитися розглядом частот, що розташовані далеко від резонансних, де справедливе припущення  $\kappa \ll n$ . У такому випадку

$$n^2(\omega) = \text{Re}[\varepsilon^*(\omega)], \quad (1.13)$$

а

$$2n\kappa = \text{Im}[\varepsilon^*(\omega)]. \quad (1.14)$$

В області прозорості матеріалу, що розташована між смугами поглинання (рис.1б), всіма уявними частинами ДП можна нехтувати у порівнянні із їх дійсними частинами, тобто  $\text{Im} \varepsilon^* \ll \text{Re} \varepsilon^*$ . Тоді згідно з (1.13) та (1.11) можна записати

$$n^2 - 1 = \sum_m \frac{S_m \omega_m}{\omega_m^2 - \omega^2} = \sum_m \frac{G_m \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2}. \quad (1.15)$$

де

$$\lambda_m = \frac{2\pi c}{\omega_m}, \text{ а } G_m = \frac{S_m \omega_m^2}{4\pi^2 c^2}.$$

Звичайну зміну показника заломлення оптичних матеріалів описують у вигляді (1.15), відомому як дисперсійна формула Селмейера. Одним із цікавих фактів історії науки є те, що основні ідеї приведенного аналізу вперше були висловлені Максвеллом у 1869 р. під час здачі екзамену з математики в Кембриджі. Пізніше, у 1872 р., незалежно прийшов до виразу (1.15) В. Селмейер у ряді своїх статей. Згодом він був неодноразово отриманий при використанні більш складних моделей діелектрика, однак основна ідея теорії дисперсії, що належить Г.А. Лоренцу, в цих моделях залишається незмінною, а саме, поляризація пружно зв'язаного заряду у високочастотному електричному полі.

Чудова відповідність теорії експериментальним даним звичайно спостерігається при врахуванні трьох членів дисперсійної формули, два з яких відповідають електронним резонансам в ультрафіолетовій області спектра, а один виникає внаслідок атомного резонансу в інфрачервоній області. Для звичайного оптичного скла показник заломлення, який обчислений за допомогою трьохчленного рівняння Селмейера, відхиляється від фактичного показника заломлення менш, ніж на  $5 \times 10^{-6}$  у діапазоні довжин хвилі від 365 нм до 2,3 мкм, що за порядком величини відповідає однорідності скла.

Коефіцієнти Селмейера для багатьох поширених оптичних матеріалів можна знайти в онлайн-базі даних [RefractiveIndex.info](http://RefractiveIndex.info).

Таблиця 1. Параметри Селмейера для деяких прозорих матеріалів

Матеріал	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	λ <sub>1,мкм</sub>	λ <sub>2,мкм</sub>	λ <sub>3,мкм</sub>	Область прозорості, мкм
Нелінійний кристал LiNbO <sub>3</sub>	2,6734	1,2290	12,614	0,13281	0,24319	21,785	0,4 – 5
Плавлений кварц, SiO <sub>2</sub>	0,6961663	0,4079426	0,8974794	0,0684043	0,1162414	9,896161	0,2-6,7
Скло типу BK7	1,0396121	0,2317923	1,0104695	0,0774642	0,1414847	10,17648	0,3 – 2,5
Скло типу BAF10	1,5851495	0,143559385	1,08521269	0,0962643	0,206031504	10,27684645	0,35 – 2,5
Скло типу BAK1	1,12365662	0,309276848	0,881511957	0,0802959	0,149092053	10,35846277	0,3 – 2,5
Скло типу FK51A	0,971247817	0,216901417	0,904651666	0,0687242	0,123925628	12,98773768	0,29 – 2,5
Скло типу LASF9	2,00029547	0,298926886	1,80691843	0,1101935	0,232106923	12,51122812	0,365 – 2,5
Скло типу SF5	1,52481889	0,187085527	1,42729015	0,1060884	0,242692273	11,36405187	0,37 – 2,5
Скло типу SF10	1,62153902	0,256287842	1,64447552	0,1105629	0,244077196	12,14367296	0,38 – 2,5
Скло типу SF11	1,73759695	0,313747346	1,89878101	0,1148421	0,249613329	12,45938562	0,37 – 2,5

В оптиці слово «дисперсія» звичайно пов'язують з величиною  $dn/d\lambda$ , а в оптичних системах зв'язку з явищем розширення світлових імпульсів після їх проходження крізь дисперсійне середовище. Нижче буде показано, що за це розширення відповідальна не тільки величина  $dn/d\lambda$ , а і величина  $\lambda d^2n/d\lambda^2$ , саме ця величина описується терміном «дисперсія матеріалу».

Будь-який корисний чи шумовий сигнал, що накладаються на світлову хвилю, поширюються не з фазовою швидкістю хвилі, рівною  $v_p = \omega/\beta$ , а з груповою швидкістю  $v_g$ , яку визначають із співвідношення:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = 1/(d\beta/d\omega). \quad (1.16)$$

Спектральний діапазон пропускання середовища лежить між областями коливного та електронного резонансного поглинання. У діапазоні прозорості переважає електронна поляризація середовища, яка визначається величиною  $n(\omega)$ . При цьому групова швидкість хвилі  $v_g$ , яка характеризує швидкість розповсюдження енергії хвилі, пов'язана з дисперсією  $dn/d\omega$

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}. \quad (1.17)$$

Затримки пакету енергії щодо фази хвилі  $t_{нак} = v_g^{-1}$ . Залежність фазової швидкості хвилі  $v_p = \omega/k$ , де  $k = 2\pi/\lambda$ , від довжини хвилі, визначається формулою Релея

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}. \quad (1.18)$$

Нагадаємо, що при  $dv_p/d\lambda > 0$ , маємо нормальну дисперсію, а при  $dv_p/d\lambda < 0$  – аномальну; при  $dv_p/d\lambda = 0$ , то  $v_p = v_g$ . Однак у дисперсійному середовищі, де за визначенням фазова швидкість залежить від частоти,  $v_g$  і  $v_p$  будуть різними.

Ця обставина важлива, оскільки групова швидкість є швидкістю поширення сигналу, з яким постійно мають справу в техніці зв'язку. Наприклад, світловий імпульс проходить через дисперсійне середовище зі швидкістю  $v_g$ . Розгляд питання поширення світлового імпульсу ускладнюється тією обставиною, що через дисперсію він обов'язково послаблюється і до деякої міри спотворюється в процесі поширення. Проте можна ввести поняття групового показника заломлення

$$N = \frac{c}{v_g}. \quad (1.19)$$

який у дисперсійному середовищі буде відрізнятися від звичайного чи фазового показника заломлення  $n$ .

Дисперсійні властивості оптичних матеріалів традиційно характеризуються залежністю показника заломлення від довжини хвилі у вільному просторі, тобто  $n(\lambda)$ . Тому необхідно виразити величини  $v_g$  і  $N$  через  $n$  і  $\lambda$ . Зважаючи на (1.18), отримаємо:

$$v_g = c/N = c/[n - \lambda dn/d\lambda]. \quad (1.20)$$

Тоді час проходження  $t$  світловим імпульсом відстані  $l$  буде дорівнювати

$$t = \frac{l}{v_g} = \frac{Nl}{c} = \left[ n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right] \frac{l}{c}. \quad (1.21)$$

Якщо джерело випромінювання має ширину спектра  $\Delta\lambda$  відносно  $\lambda$ , а середовище дисперсійне, то світловий імпульс розширюється в процесі поширення і надходить на вихід протягом інтервалу часу  $\Delta t$ , який описується співвідношенням

$$\Delta t = \frac{dt}{d\lambda} \Delta\lambda = \frac{l}{c} \frac{dN}{d\lambda} = \frac{l}{c} \left[ \frac{dn}{d\lambda} - \frac{dn}{d\lambda} - \lambda \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right] \Delta\lambda = -\frac{l}{c} \lambda \frac{d^2n}{d\lambda^2} \Delta\lambda. \quad (1.22)$$

Ширина спектра  $\Delta\lambda$  джерела випромінювання визначається як діапазон довжин хвиль, у межах якого випромінювана ним потужність перевищує 50% максимального значення. Часто зручно використовувати відносну ширину спектра випромінювання  $\gamma$ , яка дорівнює

$$\gamma = |\Delta\lambda/\lambda| = |\Delta\omega/\omega|. \quad (1.23)$$

Таким чином, після проходження світловим імпульсом відстані  $l$  у дисперсійному середовищі імпульс розширюється, причому його тривалість  $\tau$  на рівні половинної потужності визначається виразом:

$$\tau = \frac{l}{c} \gamma \left| \lambda^2 \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right|. \quad (1.24)$$

Її можна написати в такому вигляді:

$$\tau/l = (\gamma/c) |Y_m|, \quad (1.25)$$

де

$$Y_m = \lambda^2 (d^2n/d\lambda^2), \quad (1.26)$$

називається коефіцієнтом дисперсії матеріалу, який згідно (1.25) визначає відносне розширення оптичного імпульсу на одиницю довжини волокна. Разом із безрозмірним коефіцієнтом дисперсії матеріалу  $Y_m$  в літературі часто використовують параметр дисперсії матеріалу  $D$ :

$$D = -\frac{\lambda}{c} (d^2n/d\lambda^2), \quad (1.27)$$

який вимірюють в телекомунікаційних волокнах в одиницях пс/(км·нм). Зазначимо, що розрахунок обох параметрів зводиться до визначення  $d^2n/d\lambda^2$ , для чого використовують формули Сеймеллера (1.15) із відомими коефіцієнтами, які наведені в Таблиці 1.

Таким чином, розширення імпульсів завдяки матеріальній дисперсії відносять до головних факторів, які обмежують пропускну спроможність волоконно-оптичних телекомунікаційних систем. Тому вивчення матеріальної дисперсії, зокрема визначення довжини хвилі нульової дисперсії для електромагнітного випромінювання, сприятиме розробці методів оптимізації пропускну спроможності сучасних телекомунікаційних систем.

## 2. Завдання до роботи

Прозорий матеріал по варіантах для студентів за номером списку:

BK7	BAF10	BAK1	FK51A	LASF9	SF5	SF10	SF11	Матеріал
1	2	3	4	5	6	7	8	Номер студента за списком
16	15	14	13	12	11	10	9	
17	18	19	20	21	22	23	24	

### 2.1. Побудова дисперсійної кривої залежності $n(\lambda)$ в області прозорості та оцінка наявності точки перегину.

1. Ознайомитися з вмістом демонстраційного матеріалу Refract\_index\_fus\_quartz.xlsx.
2. Згідно з формулою Селмейера (1.15) отримати зображення показника заломлення від довжини хвилі  $n(\lambda)$  типового прозорого матеріалу відповідно до свого варянту.

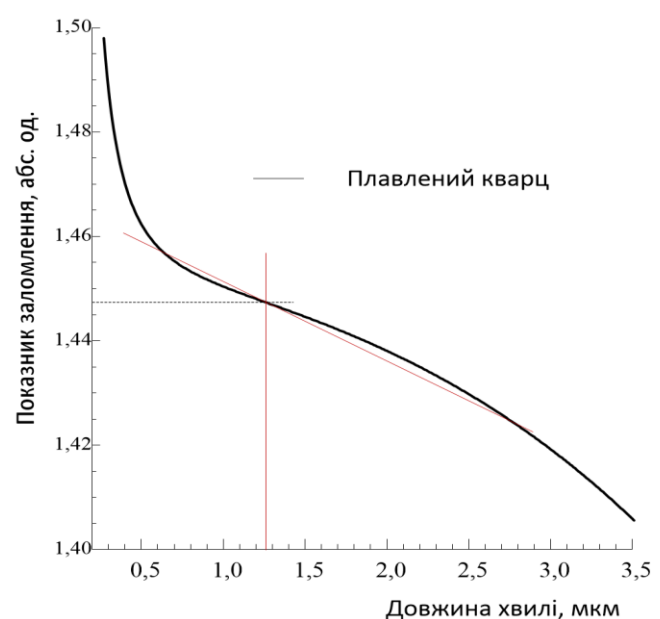
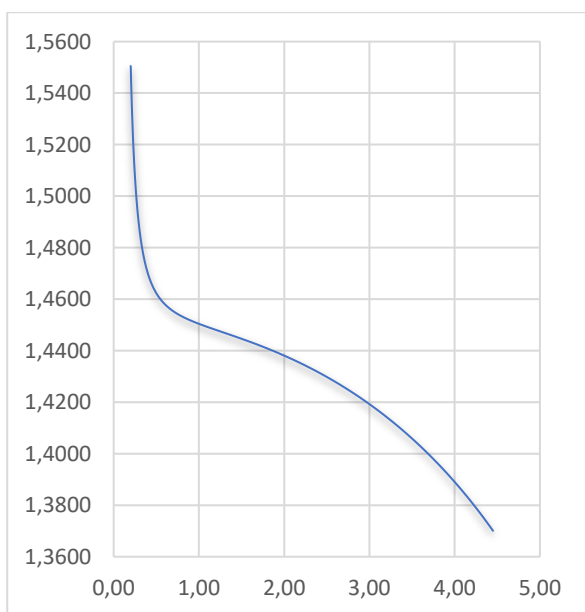
- Діапазон комірок A11:A436 містить діапазон довжин хвиль 0,2÷6,7 мкм з кроком 0,01.
- Відповідно до табл. 1, коефіцієнти для формули Селмейера (1.15) розміщені у комірках B6:D6 та B7:D7 відповідно для  $G_m$  та  $\lambda_m$ .

- Формули для комірки стовпця B (діапазону B11: B436) мають вигляд:

$$= \text{КОРЕНЬ}(1 + 0,6961663 * A11^2 / (A11^2 - 0,0684043^2) + 0,4079426 * A11^2 / (A11^2 - 0,1162414^2) + 0,8974794 * A11^2 / (A11^2 - 9,896161^2))$$

де значення можливо підставити з посиланням на відповідні комірки B6:D6 та B7:D7.

- Для отримання графічної залежності показника заломлення від довжини хвилі  $n(\lambda)$  потрібно вибрати діапазони значень A11:A436 та B11: B436 й представити у вигляді точкової діаграми з гладкими кривими.



3. Оцінити графік спектрального показника заломлення на наявність точки перегину.

Якщо наявна точка перегину, то існує така довжина хвилі  $\lambda_{zD}$  вище за яку параметр дисперсії матеріалу  $D$  є позитивним, а нижче якої є негативним. Ця довжина хвилі  $\lambda_{zD}$  називається *довжиною хвилі нульової дисперсії*.

## 2.2. Комп'ютерний розрахунок параметра дисперсії групової швидкості та визначення довжини хвилі нульової дисперсії оптичного матеріалу

1. Ознайомитися з вмістом демонстраційного матеріалу fus\_quartz.nb.
2. Розрахувати показник заломлення прозорого матеріалу відповідно до варіанту, використовуючи формулу Селмейера (1.15) та параметри, що входять до неї.

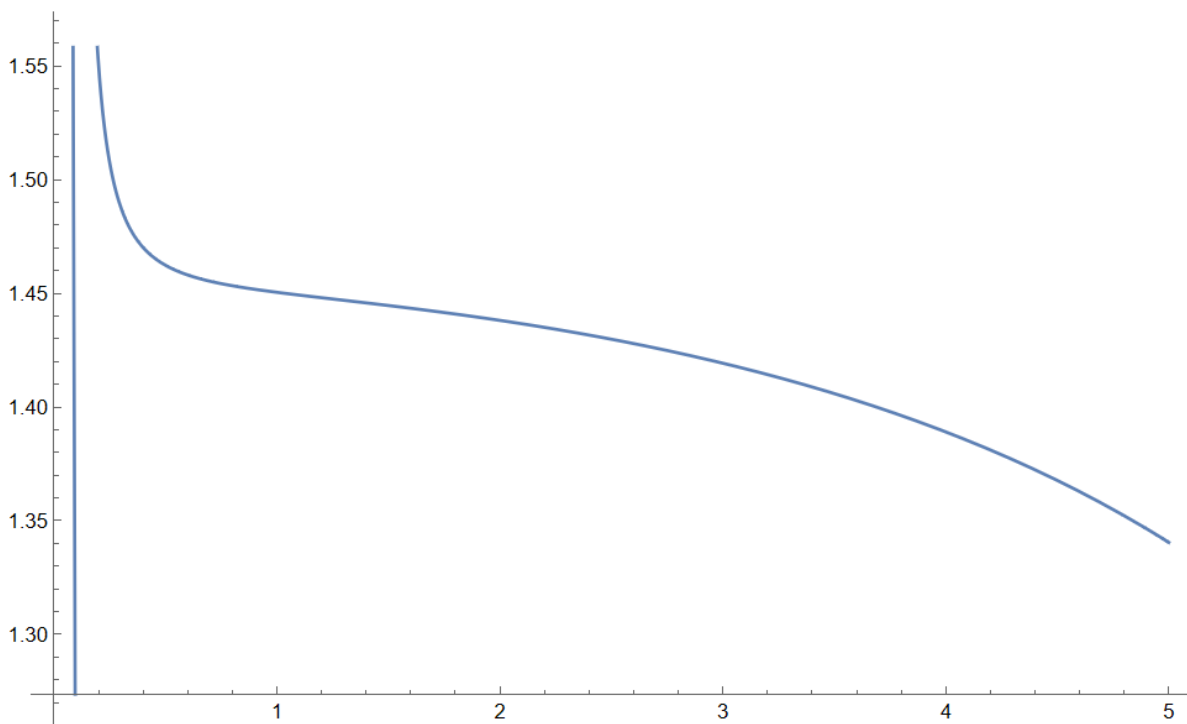
Код розрахунку має вигляд:

```
drf[a_, Lam_] =  $\frac{a x^2}{x^2 - lam^2}$ ;
amp = {0.6961663, 0.4079426, 0.8974794};
pols = {0.0684043, 0.1162414, 9.896161};
reind2[x_] = 1 + Plus @@ MapThread[drf, {amp, pols}];
[додати [нанізати перетворення]
"показник заломлення з формули Селмейера:"
nn[x_] =  $\sqrt{\text{reind2}[x]}$ 
Plot[ $\sqrt{\text{reind2}[x]}$ , {x, 0, 5}, ImageSize -> Large]
[графік функції [розмір зобр... [крупний]
```

Результат розрахунку має наступний вигляд:

показник заломлення з формули Селмейера:

$$\sqrt{1 + \frac{0.897479 x^2}{-97.934 + x^2} + \frac{0.407943 x^2}{-0.0135121 + x^2} + \frac{0.696166 x^2}{-0.00467915 + x^2}}$$



Порівняти криві показників заломлення з попереднього розрахунку (2.1., п.2) та зробити висновки. Представити результат у звіті.

3. Виконати розрахунок першої похідної показника заломлення від довжини хвилі  $dn/d\lambda$ .

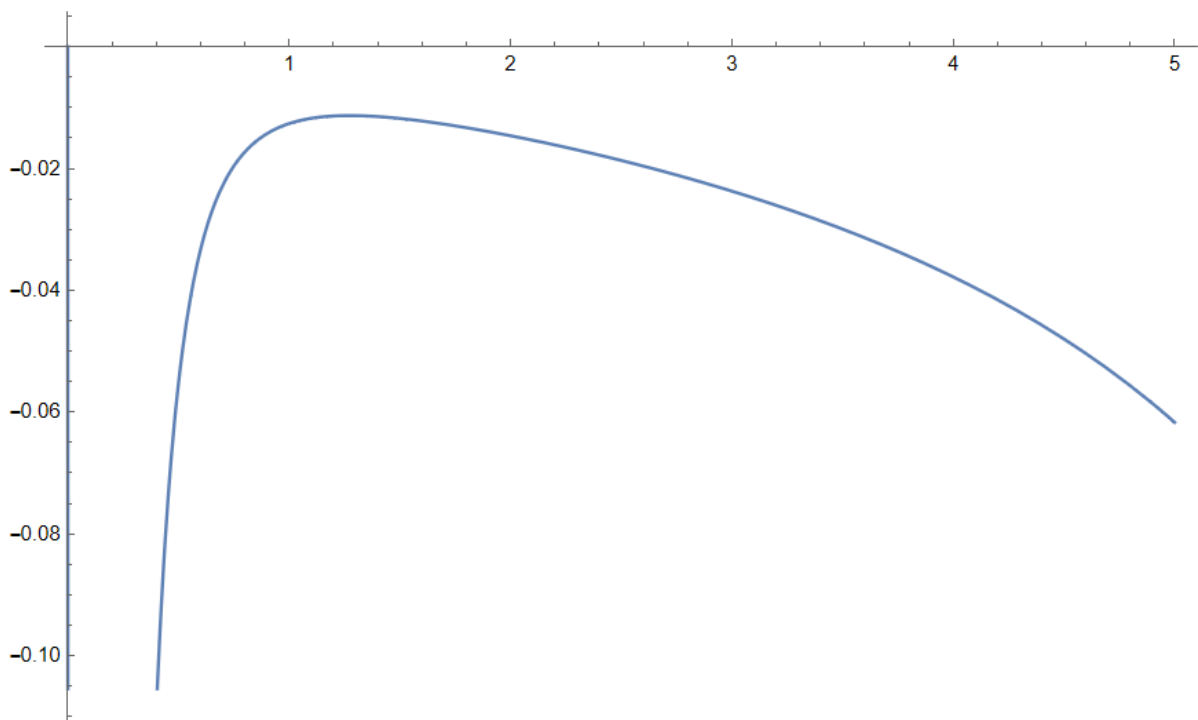
Код розрахунку має вигляд:

```
"перша похідна показника dn/dx:"
dndx = FullSimplify[D[nn[x], x]]
|спростити в по... |диференціювати
Plot[dndx, {x, 0, 5}, ImageSize -> Large]
|графік функції |розмір зобр... |крупний
```

Результат розрахунку має наступний вигляд:

перша похідна показника dn/dx:

$$\frac{-0.00686199 x + 1.33939 x^3 - 84.1775 x^5 + 4.91561 x^7 - 87.9025 x^9}{(-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6)^2 \sqrt{\frac{-0.00619187 + 2.88983 x^2 - 206.11 x^4 + 3.00159 x^6}{-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6}}}$$



Оцінити графік показника заломлення на наявність точки перегину. Представити результат у звіті.

4. Виконати розрахунок першої похідної показника заломлення від довжини хвилі  $d^2n/d\lambda^2$ .

Код розрахунку має вигляд:

```
"друга похідна показника d2n/dx2:"
d2ndx2 = Simplify[dndx];
|спростити
D_x d2ndx2
```

Результат розрахунку має наступний вигляд:

друга похідна показника  $d^2n/dx^2$ :

$$\frac{-0.00686199 + 4.01818 x^2 - 420.887 x^4 + 34.4093 x^6 - 791.123 x^8}{(-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6)^2 \sqrt{\frac{-0.00619187 + 2.88983 x^2 - 206.11 x^4 + 3.00159 x^6}{-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6}}}$$

$$2 \left( 3.5632 x - 391.809 x^3 + 6 x^5 \right) \left( -0.00686199 x + 1.33939 x^3 - 84.1775 x^5 + 4.91561 x^7 - 87.9025 x^9 \right) \frac{5.77965 x - 824.439 x^3 + 18.0095 x^5}{(-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6)^2} -$$

$$\left( \frac{3.5632 x - 391.809 x^3 + 6 x^5}{(-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6)^2} \left( \frac{-0.00619187 + 2.88983 x^2 - 206.11 x^4 + 3.00159 x^6}{-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6} \right) \right) \left( \frac{-0.00686199 x + 1.33939 x^3 - 84.1775 x^5 + 4.91561 x^7 - 87.9025 x^9}{(-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6)^2} \right) \left( \frac{5.77965 x - 824.439 x^3 + 18.0095 x^5}{(-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6)^2} \right) \left( \frac{-0.00619187 + 2.88983 x^2 - 206.11 x^4 + 3.00159 x^6}{-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6} \right)^{3/2} \right)$$

Представити результат розрахунку у звіті.

5. Виконати спрощення попереднього розрахунку першої похідної показника заломлення від довжини хвилі  $d^2n/d\lambda^2$ .

Код розрахунку має вигляд:

"спрощена друга похідна показника  $d^2n/dx^2$ :"

`agraph = Simplify[ $\partial_x d^2n dx^2$ ]`

[\[спростити\]](#)

Результат розрахунку має наступний вигляд:

спрощена друга похідна показника  $d^2n/dx^2$ :

$$\left( 5.42706 \times 10^{-10} - 1.61639 \times 10^{-7} x^2 - 0.0001373 x^4 + 0.0866413 x^6 - 20.7826 x^8 + 2719.07 x^{10} - 209261. x^{12} + 8.99266 \times 10^6 x^{14} - 1.66488 \times 10^8 x^{16} + 4.67986 \times 10^6 x^{18} + 5.76038 \times 10^7 x^{20} + 596633. x^{22} - 37927.3 x^{24} + 263.708 x^{26} \right) \left( -0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6 \right)^4 \left( -0.00206287 + 0.962766 x^2 - 68.6669 x^4 + 1. x^6 \right) \sqrt{\frac{-0.00619187 + 2.88983 x^2 - 206.11 x^4 + 3.00159 x^6}{-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6}}$$

Представити результат розрахунку у звіті.

6. Графічно знайти довжину хвилі нульової дисперсії  $\lambda_{ZD}$ .

Код розрахунку має вигляд:

"графік для отримання довжини хвилі нульової дисперсії:"

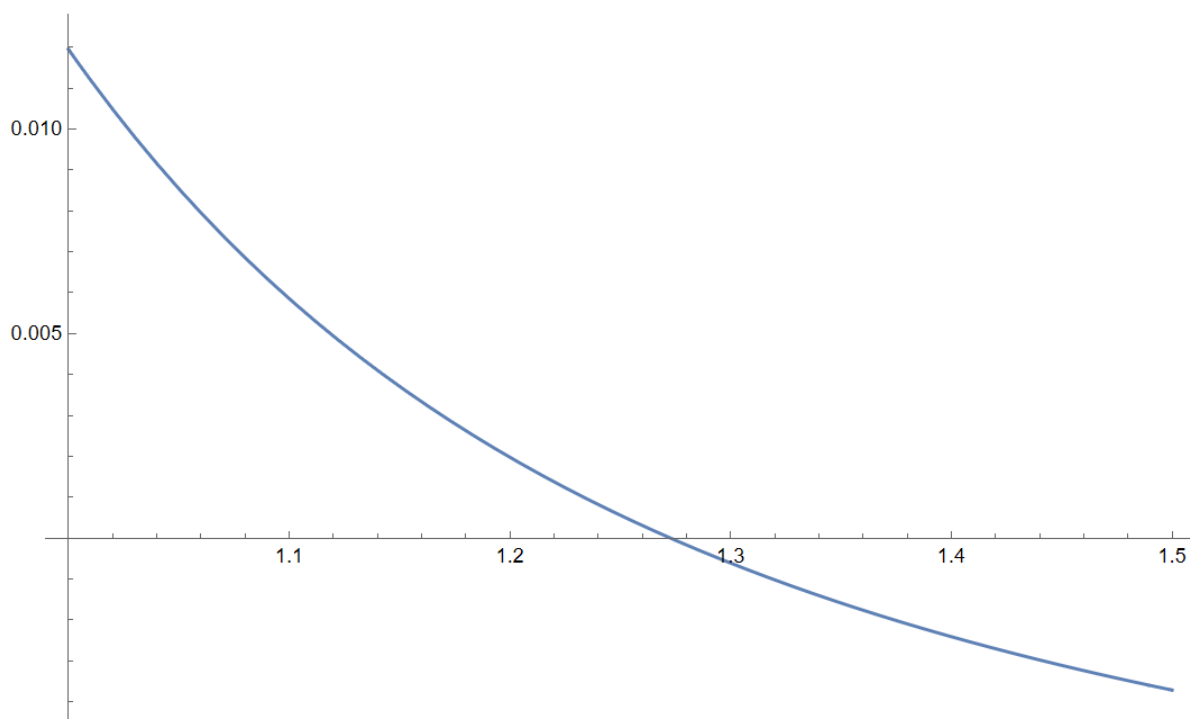
`Plot[agraph, {x, 1, 1.5}, ImageSize -> Large]`

[\[графік функції\]](#)

[\[розмір зобр...\]](#) [\[крупний\]](#)

Результат розрахунку має наступний вигляд:

графік для отримання довжини хвилі нульової дисперсії:



Довжині хвилі нульової дисперсії  $\lambda_{ZD}$  відповідає точка перетину осі абсцис графіку другої похідної показника заломлення від довжини хвилі  $d^2n/d\lambda^2$ . Представити результат розрахунку у звіті.

7. Виконати розрахунок параметра дисперсії групової швидкості.

Код розрахунку має вигляд:

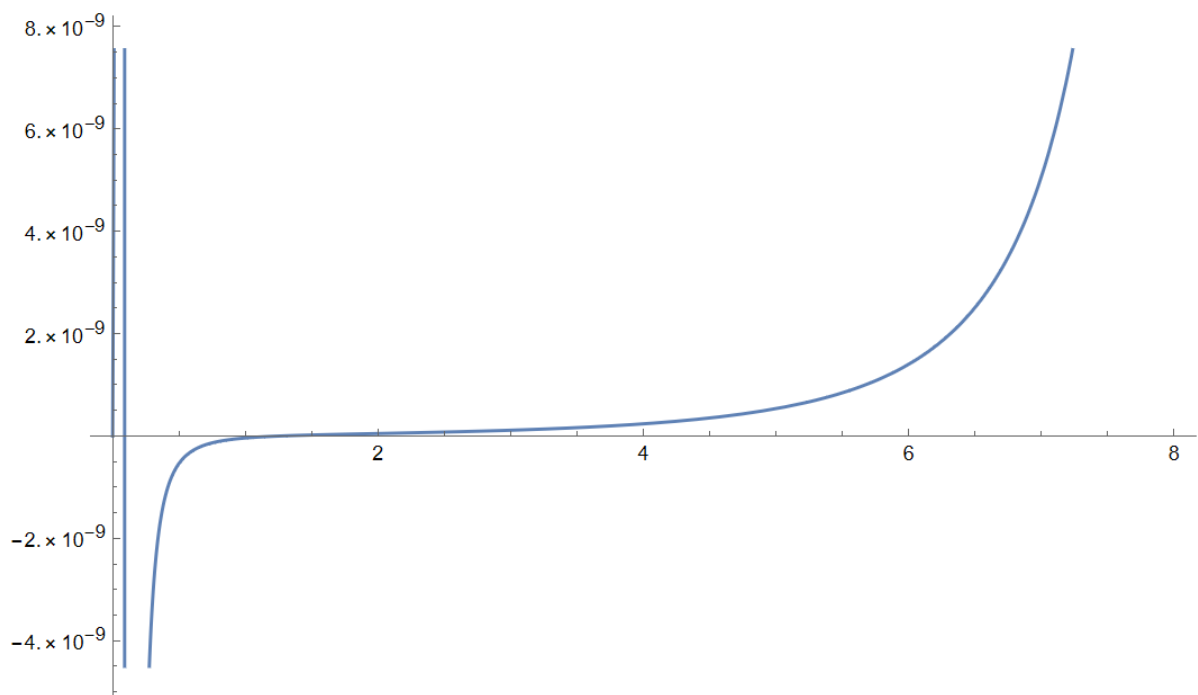
```
"параметр дисперсії матеріалу D"
bgraph = (-x / (3 * 10^8)) agraph
Plot[bgraph, {x, 0, 8}, ImageSize -> Large]
[графік функції] [розмір зобр... [крупний]
```

Результат розрахунку має наступний вигляд:

параметр дисперсії матеріалу D

$$-\left( x \left( 5.42706 \times 10^{-10} - 1.61639 \times 10^{-7} x^2 - 0.0001373 x^4 + 0.0866413 x^6 - 20.7826 x^8 + 2719.07 x^{10} - 209261. x^{12} + 8.99266 \times 10^6 x^{14} - 1.66488 \times 10^8 x^{16} + 4.67986 \times 10^6 x^{18} + 5.76038 \times 10^7 x^{20} + 596633. x^{22} - 37927.3 x^{24} + 263.708 x^{26} \right) \right) / \left( 300000000 \left( -0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6 \right)^4 \left( -0.00206287 + 0.962766 x^2 - 68.6669 x^4 + 1. x^6 \right) \sqrt{\frac{-0.00619187 + 2.88983 x^2 - 206.11 x^4 + 3.00159 x^6}{-0.00619187 + 1.7816 x^2 - 97.9522 x^4 + x^6}} \right)$$

Графік параметра дисперсії:



Охарактеризувати графічний результат параметру дисперсії матеріалу. Представити результат розрахунку у звіті.

### 3. Оформлення звіту по роботі

- Оформити титульний лист за зразком (див. дод.).
- Вказати назву роботи та її мету.
- Навести назву прозорого матеріалу згідно свого варіанту.
- Навести результати комп'ютерного розрахунку параметра дисперсії групової швидкості та довжини хвилі нульової дисперсії оптичного матеріалу згідно свого варіанту за кожним пунктом завдання до роботи та надати пояснення до них.
- Зробити висновки щодо результатів виконаної роботи.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Навчально-науковий інститут високих технологій  
Кафедра квантової радіофізики

**ЗВІТ**  
**З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № \_\_\_\_**  
**ТЕМА**

з курсу лабораторних робіт:

**«Нелінійне підсилення оптичних сигналів в оптоволоконних системах»**

Виконав:  
студент \_\_\_\_ курсу  
Навчально-наукового інституту  
високих технологій  
спеціальності \_\_\_\_\_

*Прізвище, ім'я, по-батькові*

Перевірив:  
*науковий ступінь та вчене звання*  
*Прізвище, ім'я, по-батькові*

Київ 20\_\_\_\_

## З М І С Т

ПЕРЕДМОВА.....	3
<b>Лабораторне завдання №1</b>	
ОЦИФРУВАННЯ ВКР ПРОФІЛЮ ПІДСИЛЕННЯ ТИПОВИХ ОПТИЧНИХ ВОЛОКОН .....	4
1. Короткі теоретичні відомості.....	4
2. Завдання до роботи .....	6
3. Оформлення звіту по роботі.....	11
<b>Лабораторне завдання № 2</b>	
БАГАТОМОДОВА ГАУСОВА ДЕКОМПОЗИЦІЯ ВКР ПРОФІЛЮ ПІДСИЛЕННЯ ТИПОВИХ ОПТИЧНИХ ВОЛОКОН .....	12
1. Короткі теоретичні відомості.....	12
<i>Основні методи спектральної декомпозиції</i> .....	13
<i>Процедура гаусової декомпозиції</i> .....	14
<i>Приклад гаусової декомпозиції</i> .....	15
2. Завдання до роботи .....	16
2.1. Підготовчий етап .....	16
2.2. Декомпозиція у Wolfram Mathematica v.9.0.1. ....	19
3. Оформлення звіту по роботі.....	22
<b>Лабораторне завдання №3</b>	
ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ ХВИЛІ НУЛЬОВОЇ ДИСПЕРСІЇ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ.....	23
1. Короткі теоретичні відомості.....	23
2. Завдання до роботи .....	28
2.1. Побудова дисперсійної кривої залежності $n(\lambda)$ в області прозорості та оцінка наявності точки перегину .....	28
2.2. Комп'ютерний розрахунок параметра дисперсії групової швидкості та визначення довжини хвилі нульової дисперсії оптичного матеріалу .....	29
3. Оформлення звіту по роботі.....	33
ДОДАТОК. ТИТУЛЬНИЙ ЛИСТ .....	34

Навчальне видання

**ФЕЛІНСЬКИЙ** Георгій Станіславович  
**КРУТІНЬ** Яків Володимирович  
**ГРИГОРУК** Валерій Іванович

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до курсу лабораторних робіт

**«Нелінійне підсилення оптичних сигналів в  
оптоволоконних системах»**

Підписано до друку \_\_.\_\_.20\_\_. Формат 60x80<sup>16</sup>.  
Гарнітура Arial. Папір офсетний. Друк офсетний.  
Наклад \_\_ примірників. Ум. друк. арк. 2

Видавнича лабораторія  
Київського університету імені Тараса Шевченка